

# Bildungsplan

## Gymnasium Sekundarstufe I

### Mathematik

## Impressum

### Herausgeber:

Freie und Hansestadt Hamburg  
Behörde für Schule und Berufsbildung

Alle Rechte vorbehalten.

**Erarbeitet durch:** Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung

**Gestaltungsreferat:** Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht  
**Referatsleitung:** Werner Renz

**Fachreferent:** Winfried Euba

**Redaktion:** Monika Seiffert (Koordination)  
Waltraut Barthel  
Dr. Andreas Busse  
Willi Heinsohn  
Wiebke Kielas  
Dr. Wolfgang Löding  
Reimar Pfeil  
Natalie Ross  
Bärbel Zweiling

Hamburg 2011

# Inhaltsverzeichnis

1	Bildung und Erziehung in der Sekundarstufe I des Gymnasiums .....	4
1.1	Auftrag der Sekundarstufe I des Gymnasiums .....	4
1.2	Organisatorischer Rahmen und Gestaltungsraum der Schule .....	4
1.3	Gestaltung der Lernprozesse .....	6
1.4	Leistungsbewertung und schriftliche Lernerfolgskontrollen .....	8
2	Kompetenzen und ihr Erwerb im Fach Mathematik .....	11
2.1	Überfachliche Kompetenzen .....	11
2.2	Bildungssprachliche Kompetenzen .....	12
2.3	Fachliche Kompetenzen: Die Kompetenzbereiche .....	13
2.4	Didaktische Grundsätze: Zum Kompetenzerwerb im Fach Mathematik .....	15
3	Anforderungen im Fach Mathematik .....	19
3.1	Allgemeine mathematische Anforderungen .....	19
3.2	Inhaltsbezogene mathematische Anforderungen .....	23
4	Grundsätze der Leistungsrückmeldung und -bewertung .....	31

# 1 Bildung und Erziehung in der Sekundarstufe I des Gymnasiums

Der Bildungs- und Erziehungsauftrag aller Hamburger Schulen ergibt sich aus den §§ 1–3 des Hamburgischen Schulgesetzes (HmbSG). Der spezifische Auftrag für das Gymnasium ist im § 17 HmbSG festgelegt. Im Gymnasium werden Kinder mit und ohne sonderpädagogischen Förderbedarf gemeinsam unterrichtet (§ 12 HmbSG). Soweit erforderlich, erhalten Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf, die auf der Grundlage dieses Bildungsplans unterrichtet werden, Nachteilsausgleich. Das Gymnasium fördert gezielt besonders leistungsfähige Schülerinnen und Schüler unterschiedlicher sozialer und ethnischer Herkunft.

## 1.1 Auftrag der Sekundarstufe I des Gymnasiums

### *Aufgaben und Ziele*

Das Gymnasium ermöglicht Schülerinnen und Schülern eine vertiefte allgemeine Bildung und führt in einem achtjährigen Bildungsgang zur allgemeinen Hochschulreife. Es befähigt Schülerinnen und Schüler gemäß ihren Leistungen und Neigungen zur Schwerpunktbildung, sodass sie nach Maßgabe der Abschlüsse in der gymnasialen Oberstufe ihren Bildungsweg an einer Hochschule und in anderen berufsqualifizierenden Bildungsgängen fortsetzen können. Das Gymnasium fördert gezielt besonders leistungsfähige Schülerinnen und Schüler.

Das Gymnasium bietet Schülerinnen und Schülern ein anregendes Lernmilieu in entsprechend gestalteten Räumen, in dem sie ihr individuelles Lernpotenzial im Rahmen gemeinschaftlichen Lernens optimal entwickeln und ihre besonderen Neigungen und Begabungen entfalten können. Es ermöglicht Schülerinnen und Schülern forschendes und wissenschaftspropädeutisches Lernen, allein und im Team. Ihre Fähigkeiten zum Transfer und zur Vernetzung von Wissensbeständen unterschiedlicher Fächer werden gezielt gefördert. Das Gymnasium unterstützt die Entwicklung seiner Schülerinnen und Schüler zu sozial verantwortlichen Persönlichkeiten. Schülerinnen und Schüler unterschiedlicher sozialer und ethnischer Herkunft können ihre Talente und Lernpotenziale in der Interaktion mit anderen entfalten.

Am Gymnasium entwickeln Schülerinnen und Schüler ihre fachlichen und überfachlichen Kompetenzen. Sie erhalten fachlich fundierte, themen- und projektorientierte Bildungsangebote. Die Fachorientierung des Unterrichts wird durch eine fächerverbindende Arbeitsweise ergänzt. Das Gymnasium kooperiert bei der Gestaltung seines Bildungsangebots mit außerschulischen Partnern (z. B. Hochschulen und Unternehmen) und vernetzt sein Bildungsangebot in der Region. Dabei kooperiert es insbesondere mit benachbarten Grundschulen. Schülerinnen und Schüler eines Gymnasiums werden frühzeitig und kontinuierlich in ihrer Berufs- und Studienorientierung gefördert.

## 1.2 Organisatorischer Rahmen und Gestaltungsraum der Schule

### *Äußere Schulorganisation*

Das Gymnasium umfasst die Jahrgangsstufen 5 bis 12. Es besteht aus der Beobachtungsstufe (Jahrgangsstufen 5 und 6) sowie der Mittelstufe (Jahrgangsstufen 7 bis 10) und der gymnasialen Oberstufe (Jahrgangsstufen 10/11 bis 12). In diesen Jahrgangsstufen erwerben und entwickeln Schülerinnen und Schüler die Kompetenzen, die es ihnen ermöglichen, am Ende der Jahrgangsstufe 12 die allgemeine Hochschulreife zu erwerben. Für die fachlichen Anforderungen sind dabei die „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung“ (EPA) maßgeblich; außerdem bieten die Bildungsstandards der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (KMK) für den mittleren Schulabschluss eine Orientierung. Darüber hinaus berät und begleitet das Gymnasium Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe I im Hinblick auf den Übergang in eine Ausbildung, wenn sie keine Übergangsberechtigung für die Studienstufe erlangen oder anstreben.

Die Schulen unterbreiten Schülerinnen und Schülern im Rahmen ihrer Profilbildungen Angebote zur Exzellenzförderung, die ihnen unterschiedliche Schwerpunktsetzungen eröffnen. Das Gymnasium ermöglicht Schülerinnen und Schülern, ihre individuellen Schwerpunktbildungen zu verändern. Bei aller Vielfältigkeit der Akzentuierung des Bildungsangebots stellt jedes Gymnasium die Vergleichbarkeit der fachlichen bzw. überfachlichen Anforderungen sicher. Gymnasien koordinieren ihre Profilbildung mit dem Bildungsangebot in der Region.

*Profilbildung*

Das Profil ermöglicht Schülerinnen und Schülern sowohl in der Sekundarstufe I als auch in der Sekundarstufe II individuelle Schwerpunktsetzungen innerhalb ihres Bildungswegs. Dazu nutzt die Schule insbesondere die durch die Stundentafel eröffneten Gestaltungsräume.

Ein Profil zeichnet sich durch folgende Eigenschaften aus:

- Es ist organisatorisch dauerhaft angelegt, d. h., das Profil ist ein verlässliches Angebot in jedem Schuljahr.
- Das Profil wird vom Kollegium insgesamt getragen und ist nicht an Einzelpersonen gebunden.
- Es ist nicht auf den außerunterrichtlichen und freiwilligen Bereich beschränkt, sondern bezieht den regulären Unterricht ein.

In den Jahrgangsstufen 5 bis 10 werden die individuellen Potenziale und Interessen der Schülerinnen und Schüler durch unterschiedliche Bildungsangebote des Gymnasiums gestärkt. Der Unterricht ermöglicht ihnen, kontinuierlich an der Entwicklung ihrer Kompetenzen zu arbeiten. Die nicht festgelegten Unterrichtsstunden der Stundentafel für die Jahrgangsstufen 5 bis 10 bieten u. a. Lernzeit

*Gestaltungsraum für Lernzeiten*

- für die Profilbildung eines Gymnasiums,
- für die Verankerung von Schülerwettbewerben im Unterricht, die geeignet sind, individualisierende Lernformen zu initiieren und zu unterstützen,
- für die gezielte Förderung insbesondere der besonders begabten Schülerinnen und Schüler sowie
- für die Förderung eines positiven Lernklimas (z. B. durch Klassenratsstunden).

In Lernentwicklungsgesprächen zwischen den Sorgeberechtigten, Schülerinnen und Schülern sowie Lehrkräften planen die Schülerinnen und Schüler die weitere Gestaltung ihres individuellen Bildungsweges. Die Ergebnisse des Gesprächs werden in einer Lernvereinbarung festgehalten.

*Lernentwicklungsgespräche*

Haben Schülerinnen und Schüler im Gymnasium das Lernziel einer Jahrgangsstufe nicht erreicht, so tritt an die Stelle der Klassenwiederholung einer Jahrgangsstufe die verpflichtende Teilnahme an zusätzlichen Fördermaßnahmen. Durch eine gezielte individuelle Förderung auf der Grundlage eines schuleigenen Förderkonzepts werden den Schülerinnen und Schülern ihre Lernpotenziale und Stärken verdeutlicht, Defizite aufgearbeitet und ihnen Erfolge ermöglicht, die sie befähigen, aktiv Verantwortung für den eigenen Bildungsprozess zu übernehmen.

*Vermeidung von Klassenwiederholungen*

Die Jahrgangsstufe 10 hat eine Doppelfunktion: Sie ist die letzte Jahrgangsstufe der Sekundarstufe I und bereitet die Schülerinnen und Schüler zugleich auf die Studienstufe vor. In der Studienstufe vorgesehene Aufgabenformate sind bereits Gegenstand des Unterrichts in der Jahrgangsstufe 10 und werden dort geübt. Gymnasien führen in der Jahrgangsstufe 10 verbindlich profilorientierte Projektstage zur Vorbereitung auf die Arbeit in der Studienstufe durch. Schülerinnen und Schüler sowie Sorgeberechtigte werden in der Jahrgangsstufe 10 von Lehrkräften bei der Wahl der Profile und im Hinblick auf die Frage beraten, ob ein Übergang in die Studienstufe oder eine andere Option zur weiteren Gestaltung des Bildungswegs sinnvoll ist.

*Doppelfunktion der Jahrgangsstufe 10*

Die Jahrgangsstufen 5 bis 10 des Gymnasiums werden in Bezug auf die Zusammensetzung von Lerngruppen bzw. die Zusammenarbeit zwischen Schülerinnen und Schülern und Lehrkräften möglichst kontinuierlich gestaltet. Die Jahrgangsstufen werden von einem eng zusammenarbeitenden Lehrerteam unterrichtet. Die Teams übernehmen gemeinsam die Verantwortung für

*Teamstruktur*

den Bildungsprozess ihrer Schülerinnen und Schüler. Das Jahrgangsteam trifft im Rahmen der von der Schulkonferenz festgelegten Grundsätze auch Absprachen über Umfang und Verteilung der Hausaufgaben.

### *Hausaufgaben*

Hausaufgaben stellen eine sinnvolle Ergänzung des Lernens im Unterricht dar und dienen der individuellen Vorbereitung, Einübung und Vertiefung unterrichtlicher Inhalte. Dies setzt zum einen voraus, dass Schülerinnen und Schüler die Aufgaben in quantitativer wie in qualitativer Hinsicht selbstständig, also insbesondere ohne häusliche Hilfestellung, erledigen können. Zum anderen müssen sich die zu erledigenden Aufgaben aus dem Unterricht ergeben, die erledigten Hausaufgaben wieder in den Unterricht eingebunden werden.

Der Rahmen für einen sinnvollen Umfang von Hausaufgaben ergibt sich aus den Beschlüssen der Schulkonferenz, die für die gesamte Schule über Umfang und Verteilung der Hausaufgaben zu befinden hat (§ 53 Absatz 4 Nummer 5 HmbSG). Diesen Rahmen im Hinblick auf die konkrete Ausgestaltung des Unterrichts und die Leistungsfähigkeit der jeweiligen Schülerinnen und Schüler auszufüllen, ist Aufgabe der einzelnen Lehrkraft. Die Lehrkraft hat auch dafür Sorge zu tragen, dass Hausaufgaben nach Erledigung nachgesehen und ggf. korrigiert werden und dass vorzubereitende bzw. vertiefende Aufgaben zum Gegenstand des weiteren Unterrichtsgeschehens gemacht werden.

### *Schulinternes Curriculum*

Das Gymnasium hat die Aufgabe, die Vorgaben dieses Bildungsplans im Unterricht der Fächer und Aufgabengebiete umzusetzen; es sorgt durch ein schulinternes Curriculum für eine Abstimmung des Unterrichtsangebots auf den Ebenen der Jahrgangsstufen und Fächer. In enger Zusammenarbeit der Lehrkräfte in Klassen-, Jahrgangs- und Fachkonferenzen werden Grundsätze für Unterricht und Erziehung abgestimmt sowie Leistungsanforderungen, die Überprüfung und Bewertung der Leistungen und Fördermaßnahmen sowie Maßnahmen zur Berufsorientierung verabredet und geplant.

Das Gymnasium gewährleistet eine einheitliche Qualität des Unterrichts durch verbindliche Absprachen der Jahrgangsteams und der Fachkonferenzen, durch die Teilnahme an Lernstandserhebungen in den Jahrgangsstufen 6 und 8 und Prüfungen mit zentral gestellten Aufgaben in der Jahrgangsstufe 10, die sich an den Anforderungen der Rahmenpläne orientieren, sowie die gemeinsame Reflexion der Ergebnisse von Lernstandserhebungen und Prüfungen.

## **1.3 Gestaltung der Lernprozesse**

### *Kompetenzorientierung*

Menschen lernen, indem sie Erfahrungen mit ihrer sozialen und dinglichen Umwelt sowie mit sich selbst machen, diese Erfahrungen verarbeiten und sich selbst verändern. Lernen ist somit ein individueller, eigenständiger Prozess, der von außen nicht direkt gesteuert, wohl aber angelegt, gefördert und organisiert werden kann. In Lernprozessen konstruiert der Lernende aktiv sein Wissen, während ihm die Pädagoginnen und Pädagogen Problemsituationen und Methoden zur Problembearbeitung zur Verfügung stellen.

Lernen in der Schule hat zum Ziel, Schülerinnen und Schülern die Entwicklung fachlicher und überfachlicher Kompetenzen zu ermöglichen. Schulische Lernarrangements ermöglichen Wissenserwerb und die Entwicklung individuellen Könnens; sie wecken die Motivation, das erworbene Wissen und Können in vielfältigen Kontexten anzuwenden. Um eine systematische Kompetenzentwicklung jeder Schülerin und jedes Schülers zu ermöglichen, werden je nach Alter und Entwicklungsstand der Kinder und Jugendlichen unterschiedliche inhaltliche und methodische Schwerpunkte gesetzt. Die Schülerinnen und Schüler lernen fachbezogen, fächerübergreifend und fächerverbindend in schulischen und außerschulischen Kontexten. Kompetenzorientiertes Lernen ist einerseits an der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler ausgerichtet und eröffnet andererseits allen Schülerinnen und Schülern Zugänge zum theorieorientierten Lernen. Schulischer Unterricht in den Fächern und Aufgabengebieten orientiert sich an den Anforderungen, die im jeweiligen Rahmenplan beschrieben werden. Die jeweils zu erreichenden Kompetenzen werden in den Rahmenplänen in Form von Anforderungen beschrieben und auf verbindliche Inhalte bezogen.

Die Schule gestaltet Lernumgebungen und schafft Lernsituationen, die vielfältige Ausgangspunkte und Wege des Lernens ermöglichen. Sie stellt die Schülerinnen und Schüler vor komplexe Aufgaben, die eigenständiges Denken und Arbeiten fördern. Sie regt das problemorientierte, entdeckende und forschende Lernen an. Sie gibt ihnen auch die Möglichkeit, an selbst gestellten Aufgaben zu arbeiten. Die Gewährleistung von Partizipationsmöglichkeiten, die Unterstützung einer lernförderlichen Gruppenentwicklung und die Vermittlung von Strategien und Kompetenzen auch zur Bewältigung der Herausforderungen des alltäglichen Lebens sind integrale Bestandteile der Lernkultur, die sich im Unterricht und im sonstigen Schulleben wiederfinden.

Die Schule bietet jeder Schülerin und jedem Schüler vielfältige Gelegenheiten, sich des eigenen Lernverhaltens bewusst zu werden und ihren bzw. seinen Lernprozess zu gestalten. Sie unterstützt die Lernenden darin, sich über ihren individuellen Lern- und Leistungsstand zu vergewissern und sich an vorgegebenen wie selbst gesetzten Zielen sowie am eigenen Lernfortschritt zu messen.

Grundlage für die Gestaltung der Lernprozesse ist die Erfassung von Lernausgangslagen. In Lernentwicklungsgesprächen und Lernvereinbarungen werden die erreichten Kompetenzstände und die individuelle Kompetenzentwicklung dokumentiert, die individuellen Ziele der Schülerinnen und Schüler festgelegt und die Wege zu ihrer Erreichung beschrieben. Die didaktisch-methodische Gestaltung des Unterrichts umfasst sowohl individualisierte als auch kooperative Lernarrangements bzw. instruktive und selbst gesteuerte Lernphasen.

Individualisierte Lernarrangements beinhalten die Gesamtheit aller didaktisch-methodischen Maßnahmen, durch die das Lernen der einzelnen Schülerinnen und Schüler in den Blick genommen wird. Alle Schülerinnen und Schüler werden von den Lehrenden entsprechend ihrer Persönlichkeit sowie ihren Lernvoraussetzungen und Potenzialen in der Kompetenzentwicklung bestmöglich unterstützt. Das besondere Augenmerk gilt der Schaffung von Lern- und Erfahrungsräumen, in denen unterschiedliche Potenziale entfaltet werden können. Dies setzt eine Lernumgebung voraus, in der

*Individualisierung*

- die Lernenden ihre individuellen Ziele des Lernens kennen und für sich als bedeutsam ansehen,
- vielfältige Informations- und Beratungsangebote sowie Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeitsgrade für sie zugänglich sind und
- sie ihre eigenen Lernprozesse und Lernergebnisse überprüfen, um ihre Lernbiografie aktiv und eigenverantwortlich mitzugestalten.

Neben Individualisierung ist Kooperation der zweite Bezugspunkt für die Gestaltung schulischer Lernarrangements. Notwendig ist diese zum einen, weil bestimmte Lerngegenstände eine gemeinsame Erarbeitung nahelegen bzw. erfordern, und zum anderen, weil die Entwicklung sozialer und personaler Kompetenzen nur in gemeinsamen Lernprozessen der Schülerinnen und Schüler möglich ist. Es ist Aufgabe der Schule, die Entwicklung ihrer Schülerinnen und Schüler zu sozial verantwortlichen Persönlichkeiten zu unterstützen und durch ein entsprechendes Klassen- und Schulklima gezielt für eine lernförderliche Gruppenentwicklung zu sorgen. Bei der Gestaltung kooperativer Lernarrangements gehen die Lehrenden von der vorhandenen Heterogenität der Lernenden aus und verstehen die vielfältigen Begabungen und Hintergründe als Ressource für kooperative Lernprozesse. Getragen sind diese Lernarrangements durch das Verständnis, dass alle Beteiligten zugleich Lernende wie Lehrende sind.

*Kooperation*

Bei der Unterrichtsgestaltung sind Lernarrangements notwendig, die eine Eigenverantwortung der Lernenden für ihre Lernprozesse ermöglichen und Gelegenheit geben, Selbststeuerung einzuüben. Ferner sind instruktive, d. h. von den Lehrenden gesteuerte, Lernarrangements erforderlich, um die Schülerinnen und Schüler mit Lerngegenständen vertraut zu machen, ihnen Strategien zur Selbststeuerung zu vermitteln und ihnen den Rahmen für selbst gesteuerte Lernprozesse zu setzen.

*Selbststeuerung und  
Instruktion*

### *Orientierung an den Anforderungen des Rahmenplans*

Der Unterricht in den Fächern und Aufgabengebieten orientiert sich an den Anforderungen, die im jeweiligen Rahmenplan beschrieben werden. Der Rahmenplan legt konkret fest, welche Anforderungen die Schülerinnen und Schüler zu bestimmten Zeitpunkten zu erfüllen haben und welche Inhalte in allen Gymnasien verbindlich sind, und nennt die Kriterien, nach denen Leistungen bewertet werden. Dabei ist zu beachten, dass die in diesem Rahmenplan tabellarisch aufgeführten Mindestanforderungen Kompetenzen benennen, die von allen Schülerinnen und Schülern erreicht werden müssen. Durch die Einführung von Mindestanforderungen werden die Vergleichbarkeit, die Nachhaltigkeit sowie die Anschlussfähigkeit des schulischen Lernens gewährleistet und es wird eine Basis geschaffen, auf die sich die Schulen, Lehrerinnen und Lehrer, die Schülerinnen und Schüler, die Sorgeberechtigten sowie die weiterführenden Bildungs- und Ausbildungseinrichtungen verlassen können. Der Unterricht ist so zu gestalten, dass die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit erhalten, auch höhere und höchste Anforderungen zu erfüllen.

### *Sprachförderung in allen Fächern und Lernbereichen*

Im Unterricht in allen Fächern und Aufgabengebieten wird auf sprachliche Richtigkeit geachtet. Die Durchdringung der Fachinhalte ist immer auch eine sprachliche Bewältigung und damit Gelegenheit, die Verständlichkeit der Texte, den präzisen sprachlichen Ausdruck und den richtigen Gebrauch der Fachsprache zu fördern. Fehler müssen in allen schriftlichen Arbeiten zur Lernerfolgskontrolle markiert werden.

Im Unterricht aller Fächer und Aufgabengebiete werden bildungssprachliche Kompetenzen systematisch aufgebaut. Die Lehrkräfte berücksichtigen, dass Schülerinnen und Schüler mit einer anderen Erstsprache als Deutsch nicht in jedem Fall auf intuitive und automatisierte Sprachkenntnisse zurückgreifen können, und stellen die sprachlichen Mittel und Strategien bereit, damit die Schülerinnen und Schüler erfolgreich am Unterricht teilnehmen können.

Die Schülerinnen und Schüler werden an die besondere Struktur von Fachsprachen und an fachspezifische Textsorten herangeführt. Dabei wird in einem sprachaktivierenden Unterricht bewusst zwischen den verschiedenen Sprachebenen (Alltags-, Bildungs-, Fachsprache) gewechselt.

### *Studien- und Berufsorientierung*

Zur Vorbereitung auf unterschiedliche Übergangsmöglichkeiten bietet das Gymnasium im Rahmen der Berufs- und Studienorientierung Konzepte zur Klärung der individuellen Bildungs- und Berufswegeplanung an und stellt ggf. erforderliche Beratung und Unterstützung zur Verfügung. Im Rahmen der Berufs- und Studienorientierung setzen sich die Schülerinnen und Schüler mit ihren Stärken, beruflichen Vorstellungen bzw. Plänen auseinander und erwerben realistische Vorstellungen über Möglichkeiten und Chancen in der Berufswelt und die entsprechenden Anforderungen in der Berufsausbildung bzw. im Studium. Sie werden dabei unterstützt, Eigenverantwortung für ihre Bildungs- und Berufswegeplanung zu übernehmen, Entscheidungen rechtzeitig zu treffen und die erforderlichen Übergangsschritte umzusetzen.

Spätestens zum Ende der Jahrgangsstufe 8 machen Gymnasien Schülerinnen und Schülern Angebote zur Klärung der Frage, welchen weiteren Bildungsweg sie anstreben. Auf dieser Grundlage erstellen die Schülerinnen und Schüler ihren Berufswege- bzw. Studienplan und aktualisieren diese Planung regelmäßig. Dazu werden u. a. im Fachunterricht Bezüge zur Arbeitswelt hergestellt.

## **1.4 Leistungsbewertung und schriftliche Lernerfolgskontrollen**

### *Leistungsbewertung*

Leistungsbewertung ist eine pädagogische Aufgabe. Sie gibt den an Schule und Unterricht Beteiligten Aufschluss über Lernerfolge und Lerndefizite:

Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, ihre Leistungen und Lernfortschritte vor dem Hintergrund der im Unterricht angestrebten Ziele einzuschätzen. Lehrerinnen und Lehrer erhalten Hinweise auf die Effektivität ihres Unterrichts und können den nachfolgenden Unterricht daraufhin differenziert gestalten.



Die Leistungsbewertung fördert in erster Linie die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zur Reflexion und Steuerung des eigenen Lernfortschritts. Sie berücksichtigt sowohl die Prozesse als auch die Ergebnisse des Lernens.

Die Bewertung der Lernprozesse zielt darauf, dass sich die Schülerinnen und Schüler durch regelmäßige Gespräche über Lernfortschritte und -hindernisse ihrer eigenen Lernwege bewusst werden, sie diese weiterentwickeln sowie unterschiedliche Lösungen reflektieren und selbstständig Entscheidungen treffen. Dadurch wird lebenslanges Lernen angebahnt und die Grundlage für motiviertes, durch Neugier und Interesse geprägtes Handeln gelegt. Fehler und Umwege werden dabei als notwendige Bestandteile von Erfahrungs- und Lernprozessen angesehen.

Die Bewertung der Ergebnisse bezieht sich auf die Produkte, die von den Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung von Aufgaben und für deren Präsentation erstellt werden.

Die Leistungsbewertung orientiert sich an den fachlichen Anforderungen und den überfachlichen Kompetenzen der Rahmenpläne und trifft Aussagen zum Lernstand und zur individuellen Lernentwicklung.

Die Bewertungskriterien müssen den Schülerinnen und Schülern vorab transparent dargestellt werden, damit sie Klarheit über die Leistungsanforderungen haben. An ihrer konkreten Auslegung werden die Schülerinnen und Schüler regelhaft beteiligt.

Schriftliche Lernerfolgskontrollen dienen sowohl der Überprüfung der Lernerfolge der einzelnen Schülerinnen und Schüler und der Ermittlung ihres individuellen Förderbedarfs als auch dem normierten Vergleich des erreichten Lernstands mit dem zu einem bestimmten Zeitpunkt erwarteten Lernstand (Kompetenzen). Im Folgenden werden Arten, Umfang und Zielrichtung schriftlicher Lernerfolgskontrollen sowie deren Korrektur und Bewertung geregelt.

*Schriftliche  
Lernerfolgskontrollen*

Schriftliche Lernerfolgskontrollen sind:

- Klassenarbeiten, denen sich alle Schülerinnen und Schüler einer Lerngruppe unter Aufsicht und unter vorher festgelegten Bedingungen unterziehen,
- Prüfungsarbeiten, für die Aufgaben, Termine, Bewertungsmaßstäbe und das Korrekturverfahren von der zuständigen Behörde festgesetzt werden,
- besondere Lernaufgaben, in denen die Schülerinnen und Schüler eine individuelle Aufgabenstellung selbstständig bearbeiten, schriftlich ausarbeiten, präsentieren sowie in einem Kolloquium Fragen zur Aufgabe beantworten; Gemeinschafts- und Gruppenarbeiten sind möglich, wenn der individuelle Anteil feststellbar und einzeln bewertbar ist.

Alle weiteren sich aus der Unterrichtsarbeit ergebenden Lernerfolgskontrollen sind nicht Gegenstand der folgenden Regelungen.

Alle schriftlichen Lernerfolgskontrollen beziehen sich auf die in den jeweiligen Rahmenplänen genannten Anforderungen und fordern Transferleistungen ein. Sie überprüfen den individuellen Lernzuwachs und den Lernstand, der entsprechend den Rahmenplanvorgaben zu einem bestimmten Zeitpunkt erreicht sein soll. Sie umfassen alle Verständnisebenen von der Reproduktion bis zur Problemlösung.

*Kompetenzorientierung*

In den Fächern Deutsch und Mathematik sowie in den Fremdsprachen werden pro Schuljahr mindestens vier schriftliche Lernerfolgskontrollen bewertet. In den Fächern, in denen in der Jahrgangsstufe 10 zentrale schriftliche Überprüfungen stattfinden, zählen diese Arbeiten als eine der vier schriftlichen Lernerfolgskontrollen. In allen anderen Fächern mit Ausnahme der Fächer Sport, Musik, Bildende Kunst und Theater werden pro Schuljahr mindestens zwei schriftliche Lernerfolgskontrollen bewertet.

*Mindestanzahl*

Sofern vier schriftliche Lernerfolgskontrollen vorzunehmen sind, können pro Schuljahr zwei davon aus einer besonderen Lernaufgabe bestehen. In den anderen Fächern kann pro Schuljahr eine schriftliche Lernerfolgskontrolle aus einer besonderen Lernaufgabe bestehen.

Schriftliche Lernerfolgskontrollen richten sich in Umfang und Dauer nach Alter und Leistungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler. Die Klassenkonferenz entscheidet zu Beginn eines jeden Halbjahrs über die gleichmäßige Verteilung der Klassenarbeiten auf das Halbjahr; die Termine werden nach Abstimmung innerhalb der Jahrgangsstufe festgelegt.

#### *Korrektur und Bewertung*

Die in den schriftlichen Lernerfolgskontrollen gestellten Anforderungen und die Bewertungsmaßstäbe werden den Schülerinnen und Schülern mit der Aufgabenstellung durch einen Erwartungshorizont deutlich gemacht. Klassenarbeiten und besondere Lernaufgaben sind so anzulegen, dass die Schülerinnen und Schüler nachweisen können, dass sie die Mindestanforderungen erfüllen. Sie müssen den Schülerinnen und Schülern darüber hinaus Gelegenheit bieten, höhere und höchste Anforderungen zu erfüllen. Die Schülerinnen und Schüler gewinnen durch den Erwartungshorizont und die Korrekturanmerkungen Hinweise für ihre weitere Arbeit. In den Korrekturanmerkungen werden gute Leistungen sowie individuelle Förderbedarfe explizit hervorgehoben. Schriftliche Lernerfolgskontrollen sind zeitnah zum Zeitpunkt ihrer Durchführung korrigiert und bewertet zurückzugeben.

Hat mehr als ein Drittel der Schülerinnen und Schüler die Mindestanforderungen nicht erfüllt, so teilt dies die Fachlehrkraft der Klassenlehrerin oder dem Klassenlehrer und der Schulleitung mit. Die Schulleitung entscheidet, ob die Arbeit nicht gewertet wird und wiederholt werden muss.

## 2 Kompetenzen und ihr Erwerb im Fach Mathematik

Im Mathematikunterricht lernen die Schülerinnen und Schüler Begriffe und Methoden, um ihre Umwelt mathematisch zu durchdringen, sich in ihr zu orientieren und Probleme mit mathematischen Mitteln zu lösen. Dabei werden mathematische Kompetenzen erworben, also nachhaltige und übertragbare Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten und Einstellungen.

Der Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:

*Grunderfahrungen*

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.

Der Mathematikunterricht im Gymnasium knüpft an mathemathikhaltige Alltagserfahrungen sowie an individuelle Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler an und inspiriert insbesondere eigenständige mathematische Aktivitäten. Auf diese Weise entwickeln die Schülerinnen und Schüler Selbstvertrauen und somit eine positive Einstellung zur Mathematik. Die erste und die dritte Grunderfahrung bilden daher Ausgangspunkte des mathematischen Lernprozesses. Der in der zweiten Grunderfahrung hervorgehobene innermathematische Aspekt gewinnt im Laufe der Zeit, dem Stand der bis dahin entwickelten Kompetenzen entsprechend, zunehmend an Bedeutung. Dabei wird präformale Herangehensweisen gegenüber formalen der Vorzug gegeben. (Eine präformale Argumentation ist eine vollgültige Schlussweise, die sich auf Realitätsbezüge, Visualisierungen oder Handlungen stützt, aber noch nicht vollständig formalisiert ist.)

Der Mathematikunterricht fördert durch die Behandlung von mathematisch bearbeitbaren Problemen aus der Berufs- und Arbeitswelt sowie durch Begegnungen mit Anwendungssituationen die berufliche Orientierung der Schülerinnen und Schüler sowie ihre Fähigkeit zur begründeten Planung des weiteren Lebensweges. Ein Besuch von Mathematikern und/oder Mathematikerinnen im Unterricht kann die berufliche Orientierung in besonderem Maße fördern.

*Berufsorientierung*

### 2.1 Überfachliche Kompetenzen

In der Schule erwerben Schülerinnen und Schüler sowohl fachliche als auch überfachliche Kompetenzen. Während die fachlichen Kompetenzen vor allem im jeweiligen Unterrichtsfach, aber auch im fächerübergreifenden und fächerverbindenden Unterricht vermittelt werden, ist die Vermittlung von überfachlichen Kompetenzen gemeinsame Aufgabe und Ziel aller Unterrichtsfächer sowie des gesamten Schullebens. Die Schülerinnen und Schüler sollen überfachliche Kompetenzen in drei Bereichen erwerben:

- Im Bereich **Selbstkonzept und Motivation** stehen die Wahrnehmung der eigenen Person und die motivationale Einstellung im Mittelpunkt. So sollen Schülerinnen und Schüler insbesondere Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten entwickeln, aber auch lernen, selbstkritisch zu sein. Ebenso sollen sie lernen, eigene Meinungen zu vertreten sowie sich eigene Ziele zu setzen und zu verfolgen.
- Bei den **sozialen Kompetenzen** steht der angemessene Umgang mit anderen im Mittelpunkt, darunter die Fähigkeiten, zu kommunizieren, zu kooperieren, Rücksicht zu nehmen und Hilfe zu leisten sowie sich in Konflikten angemessen zu verhalten.
- Bei den **lernmethodischen Kompetenzen** stehen die Fähigkeit zum systematischen, ziel-

gerichteten Lernen sowie die Nutzung von Strategien und Medien zur Beschaffung und Darstellung von Informationen im Mittelpunkt.

Die in der nachfolgenden Tabelle genannten überfachlichen Kompetenzen sind jahrgangsübergreifend zu verstehen, d. h., sie werden anders als die fachlichen Kompetenzen in den Rahmenplänen nicht für Jahrgangsstufen differenziert ausgewiesen. Die altersgemäße Entwicklung der Schülerinnen und Schüler in den drei genannten Bereichen wird von den Lehrkräften kontinuierlich begleitet und gefördert. Die überfachlichen Kompetenzen sind bei der Erarbeitung des schulinternen Curriculums zu berücksichtigen.

<b>Selbstkompetenzen (Selbstkonzept und Motivation)</b>	<b>Sozial-kommunikative Kompetenzen</b>	<b>Lernmethodische Kompetenzen</b>
Die Schülerin bzw. der Schüler...		
... hat Zutrauen zu sich und dem eigenen Handeln,	... übernimmt Verantwortung für sich und für andere,	... beschäftigt sich konzentriert mit einer Sache,
... traut sich zu, gestellte/schulische Anforderungen bewältigen zu können,	... arbeitet in Gruppen kooperativ,	... merkt sich Neues und erinnert Gelerntes,
... schätzt eigene Fähigkeiten realistisch ein,	... hält vereinbarte Regeln ein,	... erfasst und stellt Zusammenhänge her,
... entwickelt eine eigene Meinung, trifft Entscheidungen und vertritt diese gegenüber anderen,	... verhält sich in Konflikten angemessen,	... hat kreative Ideen,
... zeigt Eigeninitiative und Engagement,	... beteiligt sich an Gesprächen und geht angemessen auf Gesprächspartner ein,	... arbeitet und lernt selbstständig und gründlich,
... zeigt Neugier und Interesse, Neues zu lernen,	... versetzt sich in andere hinein, nimmt Rücksicht, hilft anderen,	... wendet Lernstrategien an, plant und reflektiert Lernprozesse,
... ist beharrlich und ausdauernd,	... geht mit eigenen Gefühlen, Kritik und Misserfolg angemessen um,	... entnimmt Informationen aus Medien, wählt sie kritisch aus,
... ist motiviert, etwas zu schaffen oder zu leisten und zielstrebig.	... geht mit widersprüchlichen Informationen angemessen um und zeigt Toleranz und Respekt gegenüber anderen.	... integriert Informationen und Ergebnisse, bereitet sie auf und stellt sie dar.

## 2.2 Bildungssprachliche Kompetenzen

### *Bildungssprache*

Lehren und Lernen findet im Medium der Sprache statt. Ein planvoller Aufbau bildungssprachlicher Kompetenzen schafft für alle Schülerinnen und Schüler die Grundvoraussetzung für erfolgreiches Lernen. Bildungssprache unterscheidet sich von der Alltagssprache durch einen stärkeren Bezug zur geschriebenen Sprache. Während alltagssprachliche Äußerungen auf die konkrete Kommunikationssituation Bezug nehmen können, sind bildungssprachliche Äußerungen durch eine raum-zeitliche Distanz geprägt. Bildungssprache ist gekennzeichnet durch komplexere Strukturen, ein höheres Maß an Informationsdichte und einen differenzierteren Wortschatz, der auch fachsprachliches Vokabular einbezieht.

### *Aufgabe aller Fächer*

Bildungssprachliche Kompetenzen werden in der von Alltagssprache dominierten Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler nicht automatisch erworben, sondern ihr Aufbau ist Aufgabe aller Fächer, nicht nur des Deutschunterrichts. Jeder Unterricht orientiert sich am lebensweltlichen Spracherwerb der Schülerinnen und Schüler und setzt an den individuellen Sprachvoraussetzungen an. Die Schülerinnen und Schüler werden an die besonderen Anforderungen der Unterrichtskommunikation herangeführt. Um sprachliche Handlungen (wie z. B. „Erklären“ oder „Argumentieren“) verständlich und präzise ausführen zu können, erlernen Schülerinnen

und Schüler Begriffe, Wortbildungen und syntaktische Strukturen, die zur Bildungssprache gehören. Differenzen zwischen Bildungs- und Alltagssprachgebrauch werden immer wieder thematisiert.

Die Schülerinnen und Schüler werden an die besondere Struktur von Fachsprachen herangeführt, sodass sie erfolgreich am Unterricht teilnehmen können. Fachsprachen weisen verschiedene Merkmale auf, die in der Alltagssprache nicht üblich sind, aber in Fachtexten gehäuft auftreten (u. a. Fachwortschatz, Nominalstil, unpersönliche Konstruktionen, fachspezifische Textsorten). Um eine konstruktive Lernhaltung zum Fach und zum Erwerb der Fachsprache zu fördern, wird Gelegenheit zur Aneignung des grundlegenden Fachwortschatzes, fachspezifischer Wortbildungsmuster, Satz schemata und Argumentationsmuster gegeben. Dazu ist es notwendig, das sprachliche und inhaltliche Vorwissen der Schülerinnen und Schüler zu aktivieren, Texte und Aufgabenstellung zu entlasten, auf den Strukturwortschatz (z. B. Konjunktionen, Präpositionen, Proformen) zu fokussieren, Sprachebenen bewusst zu wechseln (von der Fachsprache zur Alltagssprache), fachspezifische Textsorten einzuüben und den Gebrauch von Wörterbüchern zuzulassen.

*Fachsprachen*

Die Lehrkräfte akzeptieren, dass sich die deutsche Sprache der Schülerinnen und Schüler in der Entwicklung befindet, und eröffnen ihnen Zugänge zu Prozessen aktiver Sprachaneignung. Schülerinnen und Schüler, die Deutsch als Zweitsprache sprechen, können nicht in jedem Fall auf intuitive und automatisierte Sprachkenntnisse zurückgreifen.

*Deutsch als  
Zweitsprache*

Schülerinnen und Schüler mit einer anderen Erstsprache als Deutsch werden auch danach bewertet, wie sie mit dem eigenen Sprachlernprozess umgehen. Die Fähigkeit zur Selbsteinschätzung des eigenen Lernprozesses und des Sprachstandes, das Anwenden von eingeführten Lernstrategien, das Aufgreifen von sprachlichen Vorbildern und das Annehmen von Korrekturen sind die Beurteilungskriterien.

*Bewertung des  
Lernprozesses*

Für Schülerinnen und Schüler, die Deutsch als Zweitsprache sprechen, sind die für alle Schülerinnen und Schüler geltenden Anforderungen verbindlich. Auch die von ihnen erbrachten Leistungen werden nach den geltenden Beurteilungskriterien bewertet.

*Vergleichbarkeit*

## 2.3 Fachliche Kompetenzen: Die Kompetenzbereiche

Der Kompetenzbegriff im Fach Mathematik lässt sich strukturieren nach prozessbezogenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen und nach inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen, geordnet nach fünf Leitideen (Zahl, Messen, Raum und Form, funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall). Neben der Prozess- und der Inhaltsdimension kommt die Niveaudimension hinzu, die die kognitive Komplexität mathematischer Tätigkeiten und Aufgabenstellungen erfasst.

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln in der selbsttätigen und gemeinsamen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten folgende allgemeine mathematische Kompetenzen.

Schülerinnen und Schüler vereinfachen und strukturieren Realsituationen und arbeiten dabei die mathematisch erfassbaren Aspekte heraus. Sie finden oder erstellen mathematische Modelle und interpretieren die Ergebnisse ihrer mathematischen Bearbeitung in Bezug auf die Realsituation. Sie bewerten ihre Resultate und modifizieren gegebenenfalls das verwendete Modell. Die Schülerinnen und Schüler finden auch zu vorgegebenen mathematischen Modellen passende reale Situationen.

*Mathematisch modellieren*

Schülerinnen und Schüler kommunizieren und argumentieren in ihrer Auseinandersetzung mit Mathematik auf viele verschiedene Weisen. Dazu gehören Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse sprachlich und mit anderen Mitteln verständlich darzustellen und zu begründen sowie das mathematische Denken und die Argumentationen anderer zu verfolgen, zu verstehen und zu bewerten. Schülerinnen und Schüler entnehmen mathematikhaltigen Texten Informationen und nutzen diese. Sie vollziehen verschiedene mathematische Argumentationen nach, bewerten diese und entwickeln eigene. Sie können

*Mathematisch  
argumentieren und  
kommunizieren*

*Probleme mathematisch  
lösen*

Ideen und Informationen strukturieren und dokumentieren sowie eigene Produktionen adressatengerecht mündlich und schriftlich – auch unter Verwendung der Fachsprache – präsentieren.

Schülerinnen und Schüler untersuchen mathematikhaltige Phänomene und stellen dabei Vermutungen über Zusammenhänge auf. Sie bearbeiten vorgegebene und selbst formulierte Probleme, analysieren Problemstellungen, planen Lösungswege, wenden heuristische Strategien an und reflektieren ihr Vorgehen.

*Mathematische  
Darstellungen verwenden*

Die Schülerinnen und Schüler setzen sich im Zuge der Bearbeitung mathematischer Probleme mit mathematischen Darstellungen aktiv auseinander. Dazu gehören die Vertrautheit mit unterschiedlichen Zahldarstellungen, die Verwendung von Termen, Tabellen und Graphen, die vielfältigen Darstellungen der beschreibenden Statistik und die Darstellungsmöglichkeiten geometrischer Objekte. Die Schülerinnen und Schüler wählen jeweils geeignete Darstellungen aus, stellen mathematische Objekte oder Situationen situationsgerecht auf verschiedene Weisen dar, stellen Zusammenhänge zwischen diesen Darstellungsarten her und übertragen eine Darstellung in eine andere.

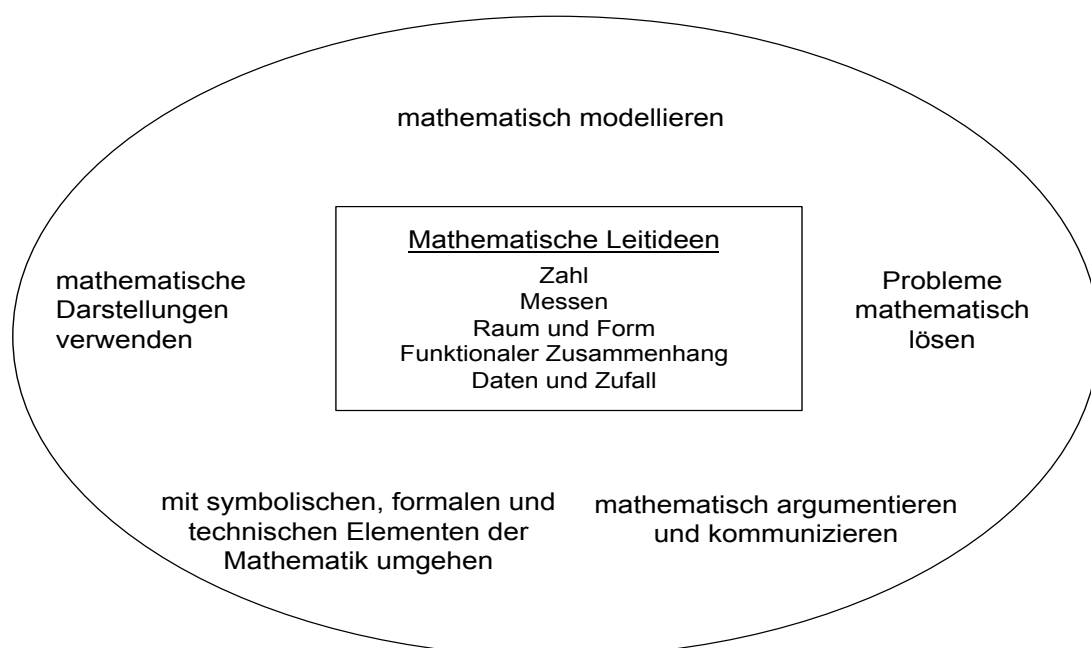
*Mit symbolischen, formalen  
und technischen Elementen  
der Mathematik umgehen*

Die Schülerinnen und Schüler gehen mit der symbolisch-formalen Sprache der Mathematik um, führen mathematische Verfahren aus und setzen mathematische Werkzeuge und Hilfsmittel, darunter auch Computerprogramme, problemangemessen ein. Sie entwickeln Routinen zu Übersetzungsprozessen zwischen natürlicher und symbolisch-formaler Sprache. Sie beherrschen einfache Umformungstechniken und mathematische Standardalgorithmen.

Die genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten und immer im Verbund erworben bzw. angewendet. Die Schülerinnen und Schüler konkretisieren die allgemeinen mathematischen Kompetenzen vielfältig inhaltsbezogen und verwenden dazu die Leitideen. Eine Leitidee kann verschiedene mathematische Inhalte bündeln, mathematische Inhalte können aber auch verschiedene Leitideen betreffen:

- Leitidee Zahl
- Leitidee Messen
- Leitidee Raum und Form
- Leitidee funktionaler Zusammenhang
- Leitidee Daten und Zufall

In der folgenden Übersicht wird die Beziehung zwischen den allgemeinen und den inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen illustriert:



## 2.4 Didaktische Grundsätze: Zum Kompetenzerwerb im Fach Mathematik

Schülerinnen und Schüler entwickeln ihre mathematischen Kompetenzen durch aktive Aneignungsprozesse, in denen sie Mathematik betreiben und neue Erkenntnisse zu vorhandenen Vorstellungen in Beziehung setzen. Dabei sind Intuition, Fantasie und schöpferisches Denken, aber auch Abstraktion und Verallgemeinerung wesentliche Bestandteile.

*Grundvorstellungen*

Um Mathematik sinnerfüllt erleben und verstehen zu können, müssen von Schülerinnen und Schülern immer zuerst tragfähige Grundvorstellungen aufgebaut werden. Dabei gehören zu einem mathematischen Gegenstand oder Verfahren häufig mehrere Grundvorstellungen, mit denen der Schüler oder die Schülerin flexibel und situationsgerecht hantieren muss. Die Entwicklung von Grundvorstellungen knüpft an den individuellen Erfahrungsstand der Schülerinnen und Schüler an. Ohne das vorherige Entwickeln von Grundvorstellungen können mathematische Kompetenzen nicht entstehen. Leitfragen wie „Was bedeutet das?“ oder „Wozu verwendet man das?“ sind die Grundlage, auf der Schülerinnen und Schüler erst mathematisches Verständnis ausbilden können. Auch im gymnasialen Mathematikunterricht der Sekundarstufe I muss ein großer Teil der Unterrichtszeit hierauf verwendet werden.

Mathematik bringt gedankliche und begriffliche Ordnung in die Welt der Phänomene. Mathematische Tätigkeiten und Denkweisen werden durch folgende Begriffe beschrieben: Ordnen und Klassifizieren, Präzisieren und Definieren, Begründen und Beweisen, Abstrahieren und Verallgemeinern, Vertiefen und Vernetzen. Im Wechselspiel dieser Tätigkeiten entstehen mathematische Kompetenzen in einem spiralförmigen Prozess.

*Mathematisches Denken*

Das Erkennen und Verwenden von Symmetrien ist für die Mathematik fundamental und erschließt sich aus elementaren Wahrnehmungen durch mathematisches Denken und macht dann mathematische Probleme übersichtlicher, einfacher und unter Umständen erst beherrschbar.

Beim Problemlösen kommen manchmal längere komplexe Rechnungen vor, die so vereinfacht werden können, dass sie routinemäßig – auch von Computern – ausgeführt werden könnten. Zum mathematischen Denken gehört das Entwickeln entsprechender Algorithmen (z. B. Algorithmus des schriftlichen Rechnens, Sieb des Eratosthenes, Lösungsalgorithmen für quadratische Gleichungen und für lineare Gleichungssysteme, Horner-Schema oder Polynomdivision). Der Mathematikunterricht darf nicht auf die Anwendung vorgegebener Algorithmen reduzieren.

Zum mathematischen Denken gehört es auch, Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wenn ja, wie viele?“, „Wie finden wir ...?“), und zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält. Dabei gilt es, zwischen unterschiedlichen Arten von Sprachkonstrukten zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen).

Eine zentrale Rolle für das mathematische Denken spielt der Begriff der Variable. Die Entwicklung und Festigung einer adäquaten Variablenvorstellung ist von überragender Bedeutung für den Mathematikunterricht.

Das Lernen von Mathematik wird als konstruierend-entdeckender Prozess verstanden, der an bereits vorhandene Kompetenzen anschließt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten durch den flexiblen Einsatz verschiedener Unterrichtsmethoden Anregungen, mathematische Probleme selbstständig „forschend“ zu bearbeiten. Sie werden ermutigt, Fragen zu stellen, neue mathematische Inhalte, Zusammenhänge und Erkenntnisse selbsttätig zu erschließen und verschiedene Lern- und Lösungsstrategien zu entwickeln. Damit wird im Unterricht eine fruchtbare Balance zwischen der Instruktion durch die Lehrkraft und der Wissenskonstruktion durch die Schülerinnen und Schüler hergestellt. Im forschenden Lernen erfahren die Schülerinnen und Schüler ihr Handeln als bedeutungsvoll. Sie erlangen Vertrauen in ihre Denkfähigkeit und gewinnen eine positive Einstellung zur Mathematik.

*Forschendes Lernen  
Problemorientierung*

Konvergente, d. h. auf eine bestimmte Lösung bzw. einen speziellen Lösungsalgorithmus hinauslaufende Aufgaben, werden durch Umformulieren, durch Weglassen einschränkender Bedingungen, durch Formulierung inverser Fragestellungen geöffnet und somit divergent erweitert. Solche offeneren Aufgaben ermöglichen den Lernenden, über Mathematik zu sprechen, verschiedene Lösungsansätze zu formulieren und diese zu diskutieren. Damit wird Eigenständigkeit bei Problemsituationen, Team- und Kommunikationsfähigkeit gefördert.

### *Handlungsorientierung*

Handlungsorientierter Unterricht ermöglicht den Lernenden einen aktiven und selbst gesteuerten Umgang mit Lerninhalten. Das beinhaltet beispielsweise im Bereich der Mathematischen Modellierung eine Mitsprache bei der Auswahl des zu bearbeitenden realen Problems. In einem handlungsorientierenden Unterricht ermöglichen offenere und komplexere Aufgabenstellungen den Schülerinnen und Schülern, individuelle Bearbeitungen auf verschiedenen Niveaus durchzuführen sowie Lösungswege und Arbeitsprodukte zu beschreiben und zu präsentieren. Die Schülerinnen und Schüler werden darin gefördert, ihre eigenen Aussagen argumentativ zu untermauern, die Argumente anderer aufzunehmen und zu prüfen sowie angemessen dazu Stellung zu nehmen. In verschiedenen kooperativen Lernformen entwickeln die Schülerinnen und Schüler ihre Kommunikations-, Kooperations- und Argumentationskompetenz. Auf diese Weise werden Grundsteine für nachhaltiges sowie selbst reguliertes und forschendes Lernen gelegt und spätere Bildungs- und Ausbildungsgänge vorbereitet.

### *Umgang mit Fehlern*

Fehler – dazu gehören auch zunächst unpräzise Formulierungen – sind unverzichtbare und produktive Bestandteile eines als konstruierender Prozess verstandenen Lernens. Aus Fehlern zu lernen setzt voraus, dass in den Lernphasen des Mathematikunterrichts Fehler nicht vorschnell korrigiert oder gar negativ bewertet werden. Schülerinnen und Schülern wird Gelegenheit zum Nachdenken über die Genese von Fehlern gegeben, damit sie ihre Vorstellungen – auch mit Unterstützung der Lehrkraft – korrigieren und neu ordnen können. Fehler dokumentieren nicht nur Etappen im individuellen Lernprozess, sie können insbesondere beim Auftreten von Widersprüchen auch Lerngelegenheiten für alle Schülerinnen und Schüler einer Lerngruppe sein. Der Mathematikunterricht fördert daher die Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, beim Denken eigene Wege zu gehen und dabei Fehler als Weggefährten zu akzeptieren. Lerntagebücher sind in diesem Zusammenhang ein effektives Mittel, um die Reflexion der Schülerinnen und Schüler über ihre Fehler anzuregen.

### *Lebensweltbezug durch Modellierung*

Mathematik lebt und entwickelt sich durch ihre Verbindungen mit der Wirklichkeit. Die alltägliche Praxis verlangt in vielfältigen Handlungssituationen Verständnis und Nutzung mathematischen Wissens und Könnens. Der Mathematikunterricht ermöglicht daher den Schülerinnen und Schülern abwechslungsreiche Erfahrungen, wie Mathematik zur Deutung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär außermathematischer Phänomene herangezogen werden kann. So wird die Fähigkeit entwickelt, Mathematik als Orientierung in unserer komplexen Umwelt zu nutzen und den Transfer zwischen realen Problemen und Mathematik zu leisten.

Lebensweltbezüge werden in einer für das Fach Mathematik charakteristischen Art und Weise hergestellt. Das Spektrum reicht dabei von einfachen standardisierten Anwendungen bis hin zu mathematischen Modellierungen. Beim Modellieren lernen die Schülerinnen und Schüler, reale Probleme durch Annahmen zu vereinfachen, mathematisch erfassbare Aspekte der so reduzierten Probleme zu erkennen, diese herauszuarbeiten und sie in die Sprache der Mathematik zu übertragen. Mathematisch gewonnene Erkenntnisse werden in einem Interpretations- und Bewertungsprozess auf die Ausgangsfragestellung bezogen. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten zunächst kleinere Beispiele, bei denen noch nicht der gesamte Modellierungskreislauf durchlaufen wird. An geeigneten Fragestellungen wird schließlich exemplarisch mit Unterstützung der Lehrkraft der vollständige Modellierungsprozess durchgeführt. Den Schülerinnen und Schülern wird dabei deutlich, dass es oft verschiedene Modellierungsansätze gibt, die auch zu verschiedenen Lösungen des realen Problems führen können. Auf diese Weise lernen sie Möglichkeiten und Grenzen einer mathematischen Weltansicht kennen.

Die Mathematik liefert einerseits Werkzeuge zur Klärung von außermathematischen Fragen und Problemen, andererseits bieten außermathematische Fragestellungen Anlass für die Entwicklung



von Mathematik und für den Erwerb individueller mathematischer Kompetenzen. Inhalte des Mathematikunterrichtes und die anderer Fächer werden so miteinander vernetzt und ermöglichen auf diese Weise fächerübergreifendes Lernen.

Produktive Lernumgebungen fordern einen zwar lehrkraftgesteuerten, aber an Schülerinnen und Schülern orientierten Unterricht, bei dem die Lehrkraft vorwiegend planend und organisierend den Lernprozess gestaltet.

*Produktive  
Lernumgebungen*

Dem Üben im Mathematikunterricht kommt eine wichtige Rolle zu. Übungsphasen bestehen nicht aus einer Fülle beziehungslos aneinandergereihter Aufgaben eines bestimmten Typs, vielmehr wird an Problemen gearbeitet, die untereinander vernetzt sind, bei denen ein Gebiet exploriert wird und sich Spielräume für die Eigentätigkeit öffnen. Die Beschränkung auf den gerade aktuellen Stoff ist gelockert, aktuelle Unterrichtsinhalte werden mit vergangenen vernetzt. Die wesentlichen Ideen, Inhalte und Methoden werden durch wiederholendes Lernen aktiviert, so dass ein sinnvolles Weiterlernen möglich wird und so auch Routinen, technische Fertigkeiten und Algorithmen gefestigt werden. Auf diese Weise entsteht ein spiralartiger und kumulativer Aufbau von Kompetenzen mit zunehmend höheren Abstraktionsstufen. In diesem aktiven Konstruktionsprozess erfahren die Schülerinnen und Schüler, wie sie einen kontinuierlichen Zuwachs an Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten erwerben.

In Erarbeitungs- und Übungsphasen werden – auch spielerisch – induktive Aspekte wie Probieren und Experimentieren, Verifizieren und Falsifizieren von Vermutungen, Betrachten von Sonderfällen, Grenzfällen und Fallunterscheidungen betont.

Flexible Unterrichtsmethoden regen die Eigenaktivitäten der Schülerinnen und Schüler an. Dabei erweitern sie in Arbeitsformen wie Freiarbeit, Lernstationen und Projektarbeit allein oder in Gruppen ihre Kompetenzen; geeignet sind ebenfalls Referate und Facharbeiten. In einem solchen Unterrichtskonzept hat aber auch die Aufnahme von Informationen über Vorträge oder Medien einen wichtigen Stellenwert. Ein derartiger Mathematikunterricht erfordert eine Lern- und Unterrichtskultur, bei der den Schülerinnen und Schülern ausreichend Zeit und Gelegenheit gegeben wird, eigenständig Einsicht in vielfältige Zusammenhänge und Beziehungen zu gewinnen.

Im Mathematikunterricht wird Heterogenität unter zwei Perspektiven betrachtet. Zum einen ist das Potenzial verschiedener Sichtweisen und Zugänge der Schülerinnen und Schüler wertzuschätzen und zu nutzen, indem sie etwa beim Problemlösen oder Modellieren basierend auf ihren unterschiedlichen Erfahrungshintergründen sich gegenseitig befruchtende Impulse geben oder indem beispielsweise durch Erklären auch die erklärende Person eine Strukturierung ihrer Gedanken erfährt. Zum anderen erfordert Heterogenität auch individualisierende Maßnahmen, etwa durch differenzierende Arbeitspläne, an denen Schülerinnen und Schüler zunehmend die Fähigkeit zur Selbststeuerung ihrer Lernprozesse erlangen.

*Umgang mit Heterogenität*

Der Mathematikunterricht bietet eine Vielzahl von Lernwegen und eine Vielfalt von Lerninhalten an, um damit den Schülerinnen und Schülern Möglichkeiten der Entfaltung ihrer unterschiedlichen Anlagen und Lernvoraussetzungen zu geben. Hervorzuheben ist in diesem Zusammenhang die natürliche Differenzierung, bei der ein und dieselbe Fragestellung Bearbeitungen auf verschiedene Weisen, Denkstile und auf unterschiedlichen Niveaus zulässt.

Der Mathematikunterricht wird so gestaltet, dass keines der beiden Geschlechter systematisch einen Nachteil erfährt. Das bezieht sich insbesondere auf die unterrichtlichen Sozial- und Arbeitsformen, die so zu gestalten sind, dass sowohl Jungen als auch Mädchen Gelegenheit zur aktiven Beteiligung und nachhaltigem Lernen haben.

*Geschlechtersensibilität*

Im Zusammenhang mit Realitätsbezügen sind Sachkontexte zu vermeiden, in denen Stereotypen der Geschlechterrollen – gerade bezüglich der gesellschaftlichen Aufgabenverteilung – unkritisch reproduziert werden.

Der Mathematikunterricht bietet zahlreiche Anlässe, Lösungswege und Vorgehensweisen zu begründen, auf die Argumentation anderer zu hören, diese zu prüfen und sprachlich angemessen dazu Stellung zu nehmen. Dadurch erweitern die Schülerinnen und Schüler ihre Sprach-

*Sprachsensibilität*

kompetenz. Die aktive Versprachlichung mathematischer Sachverhalte in der Alltagssprache der Schülerinnen und Schüler hat für den Lernprozess grundlegende Bedeutung, weil sie ein tieferes Verständnis mathematischer Zusammenhänge ermöglicht. Für die eigene Sprachproduktion wird daher im Mathematikunterricht ausreichend Raum gegeben. Grundvoraussetzung für eine erfolgreiche Verständigung ist später aber auch, dass typisch mathematische Sprachkonstrukte, die oft mit Wörtern der Umgangssprache in abgewandelter Bedeutung verwendet werden, richtig wahrgenommen und verwendet werden. Auf der anderen Seite wird auch die gezielte Entnahme relevanter Informationen aus Texten unterrichtlich thematisiert und geübt.

Die Sprachverwendung im Mathematikunterricht steht im Spannungsfeld zwischen einerseits der Alltagssprache der Schülerinnen und Schüler, in der Phänomene erkundet sowie Fragen und Erkenntnisse formuliert werden, und andererseits der gemeinschaftlich genutzten Fachsprache, in der mathematische Objekte präzise gefasst werden. Eine Reduktion auf einen dieser beiden Pole ist nicht möglich. Der Mathematikunterricht folgt dem Prinzip, dass zwar die Verwendung der Fachsprache ein Ziel ist, welchem sich im Laufe der Sekundarstufe I zunehmend genähert wird, die Fachsprache jedoch der Alltagssprache als eine Präzisierung, Abstraktion und Formalisierung von Wohlverstandem folgt.

### *Medien und Arbeitsmittel*

Im Mathematikunterricht werden neben Büchern, dem Taschenrechner und der Formelsammlung auch Computer genutzt. Diese dienen verschiedenen Zwecken:

- Enzyklopädische Software oder das Internet unterstützen die selbstständige Informationsbeschaffung. Die Lehrkraft fördert dabei eine kritische Einstellung mit auf diese Weise gewonnenen Informationen.
- Geeignete Lernprogramme stützen Übungsprozesse.
- Geeignete Programme – z. B. dynamische Geometriesoftware (DGS) – fördern das Experimentieren sowie das Entdecken und Begründen von Zusammenhängen.
- Tabellenkalkulationsprogramme erleichtern umfangreiche Rechnungen und unterstützen die Darstellung von Arbeitsergebnissen.
- Visualisierungssoftware – z. B. zum Anzeigen von Funktionsgraphen – fördert das tiefere Verständnis mathematischer Zusammenhänge.
- Computeralgebrasysteme (CAS) ermöglichen im Zusammenhang mit Modellierungen den Umgang auch mit komplexeren algebraischen Ausdrücken.

Der Taschenrechner und weitaus mehr noch der Computer können in besonderer Weise mathematische Tätigkeiten und Lernprozesse unterstützen. Die leichte Verfügbarkeit von Computern für den Mathematikunterricht ist dabei von entscheidender Bedeutung; jedem Schüler und jeder Schülerin sollte daher regelmäßig ein Computer zur Verfügung stehen.

Ziel des Einsatzes von Computern im Mathematikunterricht ist es auch, dass Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, bezogen auf das jeweils vorliegende Problem eine adäquate Software auszuwählen. In diesem Sinne werden auch allgemeine Ziele der Medienerziehung erreicht.

Auch aufgrund der Existenz solcher Computersoftware hat die allgemeinbildende Bedeutung kalkülhafter Berechnungen „mit Papier und Bleistift“ deutlich abgenommen. Stattdessen nimmt die Bedeutung des Erwerbs von Kenntnissen über numerische, iterative und approximative Methoden zu, was sich auch im Mathematikunterricht widerspiegeln soll.

Der Einsatz von Computern im Mathematikunterricht ist jedoch kein Selbstzweck und darf vor allem nicht in ziellose Empirie ausarten.

## 3 Anforderungen im Fach Mathematik

### 3.1 Allgemeine mathematische Anforderungen

Am Ende der Jahrgangsstufe 6 sollen die Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen verfügen. Diese Kompetenzen bilden den Kern der Mathematik-Standards. Hiermit werden zentrale Aspekte des mathematischen Arbeitens in hinreichender Breite erfasst. Wer Mathematik betreibt, der modelliert, argumentiert, verwendet Darstellungen, rechnet ... Es gibt natürliche Überlappungen und beim mathematischen Arbeiten treten i. A. mehrere Kompetenzen im Verbund auf. Beim Modellieren sind alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen notwendig.

*Ende der Jahrgangsstufe 6*

Da diese Kompetenzen das mathematische Handeln beschreiben, werden sie in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben.

<b>Mathematisch modellieren</b>
<p>Dazu gehört</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• reale Probleme aus der Lebenswirklichkeit in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösung vor dem Hintergrund der realen Situation interpretieren und prüfen (Modellierungskreislauf).</li> </ul>
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen Sachsituationen und entnehmen ihnen die relevanten Informationen,</li> <li>• übersetzen Situationen in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen,</li> <li>• bilden zur Sachsituation ein mathematisches Modell und arbeiten in diesem,</li> <li>• beschreiben und beurteilen die Bearbeitungsschritte und Ergebnisse einer Modellierung mit Bezug auf die Realsituation und modifizieren sie gegebenenfalls,</li> <li>• formulieren umgekehrt Situationen zu vorgegebenen Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen.</li> </ul>
<b>Mathematisch argumentieren und kommunizieren</b>
<p>Dazu gehören</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse sprachlich und mit anderen Mitteln verständlich darstellen und begründen,</li> <li>• mündliche und schriftliche Äußerungen und Vorgehensweisen von Mitschülerinnen und Mitschülern verfolgen und verstehen.</li> </ul>
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben und begründen eigene Vorgehensweisen adressatengerecht, unter Verwendung von Fachbegriffen, Symbolen und Zeichen mündlich und schriftlich,</li> <li>• verstehen die Lösungsideen anderer und reflektieren darüber (z. B. in Rechenkonferenzen),</li> <li>• nutzen verschiedene Darstellungsformen und Repräsentationsebenen zur Argumentation,</li> <li>• beschreiben unterschiedliche Lösungswege und Lösungen sprachlich und akzeptieren die mögliche Variation,</li> <li>• reagieren auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen,</li> <li>• überprüfen mathematische Aussagen auf Korrektheit, erkennen unlösbare Aufgaben und begründen Überlegungen,</li> <li>• verwenden den Umständen entsprechend angemessene Alltags- und Fachsprache,</li> <li>• dokumentieren Ideen und Informationen (z. B. mittels Listen, Tabellen, Diagrammen ...),</li> <li>• stellen Vermutungen auf und präzisieren diese, um sie einer mathematischen Überprüfung zugänglich zu machen,</li> <li>• überprüfen die Plausibilität von Vermutungen an Beispielen, suchen Gegenbeispiele.</li> </ul>

### Probleme mathematisch lösen

Dazu gehören

- vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,
- Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wie verändert sich ...?“, „Ist das immer so ...?“),
- verschiedene Lösungswege für unterschiedliche Arten von mathematischen Problemen finden,
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie Lösungsideen finden und die Lösungswege reflektieren.

Die Schülerinnen und Schüler

- zeigen die Bereitschaft, unbekannte Situationen mathematisch zu erkunden,
- stellen selbstständig einfache mathematische Probleme,
- analysieren und verstehen mathematische Probleme,
- stellen in inner- und außermathematischen Situationen Fragen (z. B. „Was passiert, wenn ...?“),
- präzisieren Problemstellungen mit eigenen Worten und mit Fachbegriffen,
- bearbeiten selbst formulierte und vorgegebene Probleme eigenständig und halten ihren Lösungsweg schriftlich fest (z. B. in einem Lerntagebuch),
- erweitern ihr Repertoire an Lösungsstrategien (z. B. systematisches Probieren, Analogiebildung, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten),
- wählen geeignete Strategien aus und wenden sie an,
- verfolgen Lösungsprozesse kritisch, ziehen aus Fehlern und Irrtümern Schlussfolgerungen,
- überprüfen Problemstellungen und Lösungen auf Plausibilität,
- übertragen erkannte Zusammenhänge auf Anschlussprobleme.

### Mathematische Darstellungen verwenden

Dazu gehören

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
- mathematische Objekte oder Situationen auf verschiedenen Ebenen darstellen (handelnd, bildhaft, in Diagrammen, symbolisch) und zwischen ihnen wechseln.

Die Schülerinnen und Schüler

- übersetzen die natürliche Sprache in die symbolische und formale Sprache der Mathematik und umgekehrt,
- stellen mathematische Situationen oder Inhalte auf unterschiedliche Weise dar und sind in der Lage flexibel zwischen diesen Darstellungen zu wechseln,
- wenden verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen an, interpretieren und unterscheiden sie,
- stellen zu einfachen ebenen und räumlichen Situationen eine Skizze her,
- verstehen Beziehungen zwischen den Darstellungsformen,
- wählen unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck aus und wechseln zwischen diesen,
- nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr,
- gestalten grafische und schriftliche Darstellungen in verständlicher Form.

### Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Dazu gehören

- Zahlen, Variable, Terme, Symbole, Gleichungen, Funktionen, Diagramme, Tabellen lesen, verstehen und schreiben,
- Arbeitsmittel (wie Zahlenstrahl, Zahlenfeld, Stellenwerttafel) verständlich nutzen,
- mit Zeichengeräten (wie Lineal, Schablonen, Geodreieck, Zirkel) und mathematischen Werkzeugen (wie Taschenrechner, Software) sachgerecht umgehen.

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen sich selbstständig Informationen mithilfe von Medien, insbesondere Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen,
- übersetzen die symbolische und formale Sprache in die „natürliche“ Sprache,
- lesen, verstehen und schreiben Zahlen, Zeichen und Symbole (Platzhalter) und mathematische Darstellungen wie Tabellen und Diagramme,
- verwenden Geodreieck, Lineal und Zirkel als Zeichengerät im Gegensatz zu Freihandzeichnungen,
- nutzen den Taschenrechner etwa zur Durchführung von Experimenten, zur Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten und zur Kontrolle.

Am Ende der Jahrgangsstufe 10 sollen die Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen verfügen. Diese Kompetenzen bilden den Kern der Mathematik-Standards. Hiermit werden zentrale Aspekte des mathematischen Arbeitens in hinreichender Breite erfasst. Wer Mathematik betreibt, der modelliert, argumentiert, verwendet Darstellungen, rechnet ... Es gibt natürliche Überlappungen und beim mathematischen Arbeiten treten i. A. mehrere Kompetenzen im Verbund auf. Beim Modellieren sind alle der allgemeinen mathematischen Kompetenzen notwendig.

*Ende der Jahrgangsstufe 10*

Da diese Kompetenzen das mathematische Handeln beschreiben, werden sie in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Sie sind daher ausgewählten mathematischen Leitideen zugeordnet, um die Vernetzungen zwischen mathematischen Inhalten zu fördern und so Verständnis von grundlegenden mathematischen Konzepten zu erreichen:

### Mathematisch modellieren

Dazu gehören

- vertraute und direkt erkennbare Standardmodelle nutzen,
- direktes Überführen einer Realsituation in die Mathematik,
- direktes Interpretieren eines mathematischen Resultats,
- notwendige Informationen wählen und beschaffen,
- mehrschrittige Modellierung vornehmen innerhalb weniger und klar formulierter Einschränkungen,
- Ergebnisse solcher Modellierung interpretieren,
- ein mathematisches Modell passenden Realsituationen zuordnen oder an veränderte Umstände anpassen,
- ein Modell zu einer komplexen Situation bilden, bei der die Annahmen, Variablen, Beziehungen und Einschränkungen neu definiert werden müssen,
- Überprüfen, Bewerten und Vergleichen von Modellen.

### Mathematisch argumentieren und kommunizieren

Dazu gehören

- Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“ „Wie verändert sich ...?“ „Ist das immer so ...?“), und Vermutungen begründet äußern,
- Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- mathematische Argumentationen entwickeln (Erläuterungen, Begründungen, Beweise) und dabei die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen, Lösungswege beschreiben und begründen. Äußerungen von anderen vergleichen, bewerten und ggf. korrigieren,
- komplexe Argumentationen nutzen, erläutern, entwickeln,
- verständliche, in der Regel mehrschrittige Darlegung von Lösungswegen, Überlegungen und Ergebnissen,
- Entwicklung einer zusammenhängenden und vollständigen Präsentation eines komplexen Lösungs- und Argumentationsprozesses,
- Identifikation und Auswahl von Informationen aus kurzen mathematischen Texten.

### Probleme mathematisch lösen

Dazu gehören

- Lösen einer einfachen mathematischen Aufgabenstellung durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie,
- Probleme bearbeiten, deren Lösung die Anwendung von heuristischen Hilfsmitteln, Strategien und Prinzipien erfordert,
- die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen,
- Finden eines Lösungsweges zu einer Problemstellung durch ein mehrschrittiges strategiegestütztes Vorgehen,
- Probleme selbst formulieren,
- Konstruieren einer differenzierten Strategie, um z. B. die Vollständigkeit einer Fallunterscheidung zu begründen,
- Reflektieren über verschiedene Lösungswege.

### Mathematische Darstellungen verwenden

Dazu gehören

- Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen,
- gegebene Darstellungen interpretieren oder verändern, zwischen zwei Darstellungen wechseln,
- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
- nicht vertraute Darstellungen verstehen und verwenden,
- eigene Darstellungen problemadäquat entwickeln,
- verschiedene Formen der Darstellung zweckgerichtet beurteilen.

### Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen:

Dazu gehören

- Verwenden elementarer Lösungsverfahren, direktes Anwenden von Formeln und Symbolen,
- direktes Nutzen einfacher mathematischer Werkzeuge (z. B. Formelsammlung, Taschenrechner, aber auch Arbeit mit dem Computer [DGS, Tabellenkalkulation]),
- mehrschrittige Anwendung formalmathematischer Prozesse,
- Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen im Kontext,
- mathematische Werkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und einsetzen,
- Durchführen komplexer Prozeduren,
- Bewerten von Lösungs- und Kontrollverfahren,
- Reflektieren der Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Werkzeuge.

## 3.2 Inhaltsbezogene mathematische Anforderungen

Die auf den folgenden Seiten tabellarisch aufgeführten Mindestanforderungen benennen Kompetenzen, die von allen Schülerinnen und Schülern erreicht werden müssen. Sie entsprechen der Note „ausreichend“. Der Unterricht ist so zu gestalten, dass die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit erhalten, auch höhere und höchste Anforderungen zu erfüllen.

<b>LEITIDEE Zahl</b>		
<b>Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6</b>	<b>Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe</b>	<b>Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe</b>
<b>Die Schülerinnen und Schüler</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• verfügen über tragfähige Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million und darüber hinaus (Anzahl, Rangzahl, Maßzahl) und vom Stellenwertsystem,</li> <li>• untersuchen Eigenschaften natürlicher Zahlen (ungerade, gerade Zahlen, Zerlegung in Primfaktoren, Quadratzahlen),</li> <li>• verfügen über angemessene Grundvorstellungen von Brüchen (Teil eines oder mehrerer Ganzer, relativer Anteil, Verhältnis, Division, Maßzahl) und nutzen diese,</li> <li>• verfügen über erste Grundvorstellungen von ganzen Zahlen (relative Zahlen bezüglich der Nulllinie) und nutzen diese,</li> <li>• vergleichen positive rationale Zahlen,</li> <li>• stellen positive rationale Zahlen auf unterschiedliche Weise (u. a. auf der Zahlengeraden und als Bild) dar,</li> <li>• wählen die Bruch- und Dezimalbruchschreibweise situationsgemäß aus und wandeln gängige Dezimalbrüche in Brüche um und umgekehrt,</li> <li>• verwenden Prozentangaben als eine andere Schreibweise von Hundertstelbrüchen,</li> <li>• verwenden die Potenzschreibweise,</li> <li>• rechnen routiniert mit natürlichen Zahlen, im Zahlenraum bis 200 auch im Kopf,</li> <li>• beherrschen die vier Grundoperationen mit Brüchen und Dezimalbrüchen,</li> <li>• nutzen und formulieren Rechenregeln,</li> <li>• schätzen Zahlen für Rechnungen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, und runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,</li> <li>• kontrollieren Lösungen durch Überschlagsrechnungen und Anwenden von Umkehraufgaben,</li> <li>• beschreiben Rechenalgorithmen, besonders bei der schriftlichen Multiplikation und Division.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verfügen über tragfähige Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen (Anzahl, Rangzahl, Stellenwertsystem), von Brüchen (Teil eines oder mehrerer Ganzer, relativer Anteil, Verhältnis, Division) und von rationalen Zahlen (relative Zahlen bezüglich der Nulllinie, Gegensatz, Richtung, Maßzahl) und nutzen diese, u. a. für Vergleiche</li> <li>• erkennen und interpretieren Darstellungen von natürlichen Zahlen und Bruchzahlen,</li> <li>• stellen rationale Zahlen situationsgerecht auf der Zahlengeraden und als Bild sowie in der Prozent-, Dezimal- und Bruch- und Zehnerpotenzschreibweise dar,</li> <li>• rechnen routiniert mit kleinen natürlichen Zahlen und einfachen Brüchen im Kopf,</li> <li>• rechnen mit rationalen Zahlen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, auch mithilfe des Taschenrechners,</li> <li>• nutzen Rechenregeln zum vorteilhaften Rechnen,</li> <li>• schätzen Zahlen für Rechnungen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen und runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,</li> <li>• kontrollieren Lösungen durch Überschlagsrechnungen und Anwenden von Umkehraufgaben,</li> <li>• beschreiben und wählen Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zugrunde liegen,</li> <li>• verwenden Prozentrechnung sachgerecht, iterativ.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen situationsgemäß tragfähige Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen (Anzahl, Rangzahl, Stellenwertsystem), von Brüchen (Teil eines oder mehrerer Ganzer, relativer Anteil, Verhältnis, Division), von rationalen Zahlen (relative Zahlen bezüglich der Nulllinie, Gegensatz, Richtung, Maßzahl) und reellen Zahlen (Vollständigkeit auf der Zahlengeraden),</li> <li>• erläutern die Unvollständigkeit von Zahlbereichen an einem Beispiel,</li> <li>• erkennen und interpretieren Darstellungen von natürlichen Zahlen und Bruchzahlen,</li> <li>• stellen rationale Zahlen situationsgerecht auf der Zahlengeraden und als Bild sowie in der Prozent-, Dezimal- und Bruch- und Zehnerpotenzschreibweise dar,</li> <li>• rechnen routiniert mit kleinen natürlichen Zahlen und einfachen Brüchen im Kopf,</li> <li>• rechnen mit rationalen Zahlen, auch mithilfe des Taschenrechners,</li> <li>• nutzen Rechenregeln zum vorteilhaften Rechnen,</li> <li>• schätzen Zahlen für Rechnungen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, und runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,</li> <li>• kontrollieren Lösungen durch Überschlagsrechnungen und Anwenden von Umkehraufgaben,</li> <li>• erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,</li> <li>• beschreiben, wählen und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zugrunde liegen,</li> <li>• verwenden Prozentrechnung sachgerecht und routiniert, lösen Zinseszinsaufgaben iterativ und durch Potenzieren.</li> </ul>



<b>LEITIDEE Zahl</b>		
Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
<b>Die Schülerinnen und Schüler</b>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rechnen mit Potenzen mit ganzzahligen Exponenten und benutzen dabei Potenzgesetze,</li> <li>• nutzen Quadratwurzeln zur Lösung einfacher Probleme mithilfe des Taschenrechners.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rechnen mit Potenzen und benutzen dabei Potenzgesetze,</li> <li>• verwenden Gesetze für das Rechnen mit rationalen Exponenten,</li> <li>• berechnen Wurzeln und Logarithmen sicher mithilfe des Taschenrechners,</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• demonstrieren mit Rechnerhilfe das „Phänomen der Konvergenz“,</li> <li>• beschreiben <math>\pi</math> unter Verwendung eines Rechners als Ergebnis eines konvergenten Prozesses.</li> </ul>

<b>LEITIDEE Messen</b>		
Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
<b>Die Schülerinnen und Schüler</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• nehmen Messungen von Größen vor (Längen, Flächen, Volumen, Zeit, Gewicht und Winkel) und schätzen eine geeignete Genauigkeit bei Messvorgängen ein,</li> <li>• schätzen Größen durch Vergleiche mit ihnen bekannten Größen von Alltagsgegenständen,</li> <li>• schätzen Winkelgrößen,</li> <li>• nutzen geeignete Größen und Einheiten, um Situationen zu beschreiben und zu untersuchen (insbesondere für Länge, Fläche, Volumen, Zeit, Masse und Geld),</li> <li>• rechnen mit Größen und ihren Einheiten, wandeln sie hierfür um und geben Ergebnisse in situationsgerechten Einheiten an,</li> <li>• verwenden auf Stadtplänen und Landkarten Maßstabsleisten zur Ermittlung von Entfernungen,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nehmen Messungen von Größen vor (Längen, Flächen, Volumen, Zeit, Gewicht und Winkel) und nutzen dabei die Genauigkeit der jeweiligen Messinstrumente,</li> <li>• schätzen Größen durch Vergleiche mit ihnen bekannten Größen von Alltagsgegenständen,</li> <li>• schätzen Winkelgrößen,</li> <li>• nutzen geeignete Größen und Einheiten, um Situationen zu beschreiben und zu untersuchen (insbesondere für Länge, Fläche, Volumen, Zeit, Masse und Geld),</li> <li>• rechnen mit Größen und ihren Einheiten, wandeln sie um und geben Ergebnisse in situationsgerechten Einheiten an,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nehmen Messungen von Größen vor (Längen, Flächen, Volumen, Zeit, Gewicht und Winkel) und nutzen dabei die Genauigkeit der jeweiligen Messinstrumente,</li> <li>• schätzen Größen durch Vergleiche mit ihnen bekannten Größen von Alltagsgegenständen,</li> <li>• schätzen Winkelgrößen,</li> <li>• nutzen geeignete Größen und Einheiten, um Situationen zu beschreiben, zu untersuchen und einzuschätzen (insbesondere für Länge, Fläche, Volumen, Zeit, Masse und Geld),</li> <li>• rechnen mit Größen, wandeln Einheiten um und geben Rechenergebnisse entsprechend der Genauigkeit der Ausgangsgrößen an,</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• vergleichen Flächen und Volumina und bestimmen sie durch die enthaltene Anzahl von Einheitsquadraten und Einheitswürfeln,</li> <li>• berechnen Umfang und Flächeninhalt von Quadrat, Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken sowie das Volumen und den Oberflächeninhalt von Würfeln und Quadern,</li> <li>• gehen sachgemäß mit Vergrößerungen bzw. Verkleinerungen von Längen und Flächen um und benutzen dabei Maßstabsangaben.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen den Umfang und den Flächeninhalt gradlinig begrenzter Flächen, von Kreisen und Kreissegmenten sowie daraus zusammengesetzten Figuren,</li> <li>• bestimmen den Umfang und den Flächeninhalt beliebiger, auch krummlinig begrenzter, Flächen näherungsweise,</li> <li>• berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Quadern, Prismen und Zylindern sowie daraus zusammengesetzten Körpern,</li> <li>• nutzen bei der Lösung geometrischer Probleme die funktionale Abhängigkeit von Körpervolumen, Flächeninhalt und Streckenlänge vom Skalierungsfaktor,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen den Umfang und den Flächeninhalt gradlinig begrenzter Flächen, von Kreisen und Kreissegmenten sowie daraus zusammengesetzten Figuren,</li> <li>• bestimmen den Umfang und den Flächeninhalt beliebiger, auch krummlinig begrenzter, Flächen näherungsweise,</li> <li>• berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von geometrischen Körpern mithilfe einer Formelsammlung, ggf. mithilfe von Zerlegungen,</li> <li>• nutzen bei der Lösung geometrischer Probleme die funktionale Abhängigkeit von Körpervolumen, Flächeninhalt und Streckenlänge vom Skalierungsfaktor,</li> <li>• gehen mit beiden Winkelmaßen (Gradmaß und Bogenmaß) um,</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen Winkelgrößen und Streckenlängen mithilfe des Winkelsummensatzes im Dreieck, des Satzes des Pythagoras und Ähnlichkeitsbeziehung (Skalierung).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen Winkelgrößen und Streckenlängen bzw. Abstände auch unter Nutzung trigonometrischer Beziehungen, Ähnlichkeitsbeziehungen (Skalierung) und mithilfe des Sinus- und des Kosinussatzes.</li> </ul>

<b>LEITIDEE Raum und Form</b>		
<b>Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6</b>	<b>Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe</b>	<b>Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe</b>
<b>Die Schülerinnen und Schüler</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen in der Umwelt geometrische Objekte und ihre Beziehungen und beschreiben sie,</li> <li>• erkennen die Körper Würfel, Quader, Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln in der Darstellung als Netz und Schrägbild,</li> <li>• stellen sich geometrische Objekte (Strecken, Flächen, Körper) vor und verändern sie gedanklich in ihrer Lage, ihrer Größe und Form (Kopfgeometrie),</li> <li>• bauen Würfelbauten nach Schrägbildern,</li> <li>• klassifizieren Winkel (spitze, rechte und stumpfe), Dreiecke, Vierecke (allgemeine Vierecke, Parallelogramme, Rechtecke, Quadrate) und Körper (Quader, Würfel, Pyramiden, Prismen, Kegel, Kugeln, Zylinder) und beschreiben deren Eigenschaften,</li> <li>• zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel und Geodreieck,</li> <li>• erstellen einfache Grundrisse und Lagepläne mithilfe von vorgegebenen Rastern,</li> <li>• zeichnen spitze und stumpfe Winkel mit dem Geodreieck mindestens auf ein Grad genau,</li> <li>• stellen geometrische Figuren (Dreiecke, Vierecke, Polygone) im kartesischen Koordinatensystem dar und lesen die Koordinaten von Punkten ab,</li> <li>• stellen Körper (Quader, Würfel, Dreiecksprismen) als Netz, Schrägbild und Modell dar,</li> <li>• erkennen achsen- und drehunsymmetrische Figuren und zeichnen Symmetrieachsen ein,</li> <li>• spiegeln Polygone an beliebigen Geraden und Punkten,</li> <li>• beschreiben Merkmale der Achsenspiegelung und der Drehung.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen in der Umwelt geometrische Objekte und ihre Beziehungen und beschreiben sie,</li> <li>• erkennen Körper wie Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln aus ihren entsprechenden Darstellungen,</li> <li>• stellen sich geometrische Objekte (Strecken, Flächen, Körper) vor und verändern sie gedanklich in ihrer Lage, ihrer Größe und Form (Kopfgeometrie),</li> <li>• klassifizieren Winkel (spitze, rechte und stumpfe), Dreiecke, Vierecke (allgemeine Vierecke, Parallelogramme, Rechtecke, Quadrate) und Körper (Quader, Würfel, Pyramiden, Prismen, Kegel, Kugeln, Zylinder) und beschreiben deren Eigenschaften fachsprachlich,</li> <li>• zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware,</li> <li>• stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar und lesen die Koordinaten von Punkten ab,</li> <li>• stellen Körper angemessen dar (Netz, Schrägbild, Modell),</li> <li>• nutzen Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen in der Umwelt geometrische Objekte und ihre Beziehungen und beschreiben sie,</li> <li>• erkennen Körper wie Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln aus ihren entsprechenden Darstellungen,</li> <li>• stellen sich geometrische Objekte (Strecken, Flächen, Körper) vor und verändern sie gedanklich in ihrer Lage, ihrer Größe und Form (Kopfgeometrie),</li> <li>• klassifizieren Winkel (spitze, rechte und stumpfe), Dreiecke, Vierecke (allgemeine Vierecke, Parallelogramme, Rechtecke, Quadrate) und Körper (Quader, Würfel, Pyramiden, Prismen, Kegel, Kugeln, Zylinder) und beschreiben deren Eigenschaften fachsprachlich,</li> <li>• zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware,</li> <li>• stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar und lesen die Koordinaten von Punkten ab,</li> <li>• stellen Körper angemessen dar (Netz, Schrägbild, Modell),</li> <li>• nutzen Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen.</li> </ul>

LEITIDEE Funktionaler Zusammenhang		
Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
<b>Die Schülerinnen und Schüler</b>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben, auf welche Weise zwei Größen funktional voneinander abhängig sind,</li> <li>• erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge in einfachen realitätsnahen Situationen, insbesondere lineare und antiproportionale,</li> <li>• geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mithilfe dieser Funktion beschrieben werden können,</li> <li>• erläutern charakteristische Merkmale von linearen und antiproportionalen Funktionen und wählen zur Modellierung und Lösung realitätsnaher Probleme die Parameter passend,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verfügen über tragfähige Grundvorstellungen von funktionalen Zusammenhängen (Kovariations- und Objektvorstellung),</li> <li>• erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge in realitätsnahen Situationen,</li> <li>• geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mithilfe dieser Funktion beschrieben werden können,</li> <li>• unterscheiden anhand von charakteristischen Merkmalen der folgenden Funktionsklassen, welche für die Modellierung eines realitätsnahen Problems geeignet ist, und lösen dieses durch passende Wahl der Parameter: lineare, quadratische, ganzrationale und einfache gebrochenrationale Funktionen, Potenz-, Sinus-, Kosinus- und Exponentialfunktionen,</li> <li>• beschreiben Einflüsse von Parametern in Funktionstermen auf ihre Graphen (Strecken/Strecken und Verschieben),</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Tabellenkalkulation zur Lösung realitätsnaher Probleme, zur Visualisierung und zur Untersuchung funktionaler Zusammenhänge,</li> <li>• geben bei Realitätsbezügen einen sinnvollen Definitionsbereich an,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Tabellenkalkulation und ein Computer-Algebra-System zur Lösung realitätsnaher Probleme, zur Visualisierung und zur Untersuchung funktionaler Zusammenhänge,</li> <li>• geben bei Realitätsbezügen einen sinnvollen Definitionsbereich an,</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen einfache Zusammenhänge zwischen zwei Größen in sprachlicher und tabellarischer Form dar,</li> <li>• tragen Wertepaare in ein Koordinatensystem ein und lesen aus Graphen Werte ab,</li> <li>• skalieren und beschriften je nach Sachkontext die Koordinatenachsen sinnvoll,</li> <li>• erkennen in Tabellen einfache Gesetzmäßigkeiten und ergänzen fehlende Werte,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen funktionale Zusammenhänge situationsgerecht in sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie gegebenenfalls als Term dar,</li> <li>• wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen und erläutern deren Vor- und Nachteile,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen funktionale Zusammenhänge situationsgerecht in sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie gegebenenfalls als Term dar,</li> <li>• wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen und erläutern deren Vor- und Nachteile,</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• formen einfache Terme situationsgerecht um,</li> <li>• lösen in Kontexten lineare Gleichungen sowie einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen rechnerisch,</li> <li>• entscheiden sich in konkreten Situationen für ein geeignetes Lösungsverfahren (Isolierung der Variablen, systematisches Probieren).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• formen einfache Terme situationsgerecht und routiniert um,</li> <li>• lösen in Kontexten routiniert lineare und quadratische Gleichungen sowie einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen,</li> <li>• lösen einfache nicht lineare Gleichungen (Bruchgleichungen, Gleichungen höheren Grades und Exponentialgleichungen), nach Möglichkeit durch Isolierung der Variablen oder mit Probierverfahren, auch unter Einsatz geeigneter Software.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden das Gleichheitszeichen mathematisch korrekt und benutzen Variablen als Platzhalter,</li> <li>• lösen einfache Gleichungen im Bereich der positiven rationalen Zahlen durch systematisches Probieren.</li> </ul>		

LEITIDEE Funktionaler Zusammenhang		
Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen die Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von konkreten linearen Gleichungssystemen,</li> <li>• lösen realitätsnahe Probleme durch grafische Bestimmung der Schnittpunkte der Graphen linearer Funktionen,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen die Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von konkreten quadratischen Gleichungen und linearen Gleichungssystemen,</li> <li>• lösen realitätsnahe Probleme durch grafische Bestimmung der Schnittpunkte von Funktionsgraphen,</li> <li>• lösen einfache Optimierungsprobleme (grafisch, rechnerisch),</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• bearbeiten inner- und außermathematische Fragestellungen, bei denen die Betrachtung und Bestimmung von Änderungsraten von Bedeutung ist,</li> <li>• erläutern die Bedeutung von Änderungsraten im Sachkontext z.B. als Geschwindigkeit, Grenzkosten,</li> <li>• demonstrieren an Beispielen die Unterschiede zwischen mittleren und lokalen Steigungen von Funktionsgraphen und berechnen diese,</li> <li>• verwenden den Tangens bei Berechnungen von Steigungen und Steigungswinkeln,</li> <li>• demonstrieren am Beispiel die Tangente als Grenzgerade einer Folge geeigneter Sekanten,</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen einzelnen lokalen Änderungsraten und der globalen Funktion der Änderungsraten,</li> <li>• berechnen die Ableitung ganzrationaler und Potenzfunktionen mit beliebigen Exponenten mithilfe von Summen- und Faktorregel.</li> </ul>

LEITIDEE Daten und Zufall		
Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen die Begriffe „sicher“, „unmöglich“, „wahrscheinlich“ zur Beschreibung von Wahrscheinlichkeiten,</li> <li>• entscheiden, ob Ergebnisse gleich wahrscheinlich oder nicht gleich wahrscheinlich sind,</li> <li>• verfügen über erste Grundvorstellungen zu Wahrscheinlichkeiten,</li> <li>• sammeln unter einer gegebenen Fragestellung systematisch Daten, ordnen sie an und wählen eine geeignete Darstellung, auch Kreisdiagramme,</li> <li>• entnehmen Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen aus ihrer Lebenswelt,</li> <li>• vergleichen verschiedene Darstellungen des gleichen Sachverhaltes miteinander und beschreiben Vor- und Nachteile der Darstellungen,</li> <li>• erkennen und beschreiben Manipulationen bei der Darstellung von Daten,</li> <li>• werten Daten von einfachen statistischen Erhebungen aus und berechnen dazu absolute und relative Häufigkeiten sowie die Kenngrößen Zentralwert, arithmetisches Mittel und Spannweite,</li> <li>• führen zu Vermutungen selbst geplante, umfangreiche Zufallsexperimente durch, schätzen Wahrscheinlichkeiten durch die Bestimmung von relativen Häufigkeiten und vergleichen diese, machen Vorhersagen über Häufigkeiten mithilfe von intuitiv erfassten Wahrscheinlichkeiten,</li> <li>• lösen kombinatorische Aufgaben mit kleinen Anzahlen durch Probieren und systematisches Vorgehen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• unterscheiden die Begriffe Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie Erwartungswert und Mittelwert,</li> <li>• erfassen Daten in Strichlisten und Tabellen und stellen sie geeignet grafisch dar, auch mit Tabellenkalkulation,</li> <li>• lesen Werte aus Diagrammen und Tabellen ab,</li> <li>• entdecken an Beispielen irreführende grafische Darstellungen und erläutern, woran man das Manipulative erkennen kann,</li> <li>• werten Daten von einfachen statistischen Erhebungen aus und berechnen dazu relative und absolute Häufigkeiten sowie die Kenngrößen Zentralwert, arithmetisches Mittel und Spannweite, auch mit Tabellenkalkulation,</li> <li>• bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren, erläutern Vor- und Nachteile unterschiedlicher Kennwerte zur Beschreibung von Daten,</li> <li>• schätzen Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte mithilfe von (rechnergestützten) Versuchsreihen zu Zufallsexperimenten, überprüfen hiermit Urteile und Vorurteile und verwenden dabei das Gesetz der großen Zahlen intuitiv,</li> <li>• berechnen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten im Laplace-Modell oder mithilfe von zweistufigen Baumdiagrammen,</li> <li>• bestimmen die Anzahlen der günstigen und möglichen Ergebnisse mithilfe einfacher kombinatorischer Überlegungen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• unterscheiden sorgfältig und bewusst die Begriffe Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie Erwartungswert und Mittelwert,</li> <li>• erfassen Daten in Strichlisten und Tabellen und stellen sie geeignet grafisch dar, auch mit Tabellenkalkulation,</li> <li>• lesen Werte aus Diagrammen und Tabellen ab,</li> <li>• entdecken an Beispielen irreführende grafische Darstellungen und erläutern, woran man das Manipulative erkennen kann,</li> <li>• werten Daten von statistischen Erhebungen aus und berechnen dazu relative und absolute Häufigkeiten sowie unterschiedliche Kenngrößen, auch mit Tabellenkalkulation,</li> <li>• bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren, erläutern Vor- und Nachteile unterschiedlicher Kennwerte zur Beschreibung von Daten,</li> <li>• schätzen Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte mithilfe von (rechnergestützten) Versuchsreihen zu Zufallsexperimenten, überprüfen hiermit Urteile und Vorurteile und verwenden dabei das Gesetz der großen Zahlen intuitiv,</li> <li>• berechnen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen und verwenden dabei bewusst die Summen- und die Produktregel,</li> <li>• bestimmen die Anzahlen der günstigen und möglichen Ergebnisse mithilfe einfacher kombinatorischer Überlegungen,</li> <li>• unterscheiden bei Zufallsvorgängen zwischen stochastischer Unabhängigkeit oder Abhängigkeit,</li> <li>• erkennen in Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bedingte Wahrscheinlichkeiten und arbeiten mit diesen.</li> </ul>



## 4 Grundsätze der Leistungsrückmeldung und -bewertung

Die Bewertung von Schülerleistungen ist eine pädagogische Aufgabe, die durch die Lehrkräfte möglichst im Dialog mit den Schülerinnen und Schülern sowie ihren Eltern erfolgt, unter anderem in den Lernentwicklungsgesprächen. Gegenstand des Dialogs sind die von der Schülerin bzw. vom Schüler nachgewiesenen fachlichen und überfachlichen Kompetenzen vor dem Hintergrund der Anforderungen dieses Rahmenplans. Die Schülerin bzw. der Schüler soll dadurch zunehmend in die Lage versetzt werden, ihre bzw. seine Leistungen vor dem Hintergrund der im Unterricht angestrebten fachlichen und überfachlichen Ziele selbst realistisch einzuschätzen, Lernbedarfe zu erkennen, Lernziele zu benennen und den eigenen Lernprozess zu planen. Eine Analyse der Fehler durch die Lehrkräfte als diagnostische Aufgabe der Leistungsbewertung hilft ihnen, ihre Lerndefizite sichtbar zu machen.

Die Lehrerinnen und Lehrer erhalten durch das Gespräch mit den Schülerinnen und Schülern sowie ihren Eltern wichtige Hinweise über die Effektivität ihres Unterrichts und mögliche Leistungshemmnisse aus der Sicht der Gesprächspartner, die es ihnen ermöglichen, den nachfolgenden Unterricht differenziert vorzubereiten und so zu gestalten, dass alle Schülerinnen und Schüler individuell gefördert und gefordert werden.

Die Eltern erhalten Informationen über den Leistungsstand und die Lernentwicklung ihrer Kinder, die unter anderem für die Beratung zur weiteren Schullaufbahn hilfreich sind. Ebenso erhalten sie Hinweise, wie sie den Entwicklungsprozess ihrer Kinder unterstützen können.

Ein kompetenzorientierter Unterricht hat zum Ziel, unterschiedliche Kompetenzen zu fördern, und erfordert die Gestaltung von Lernangeboten in vielfältigen Lernarrangements. Diese ermöglichen Schülerinnen und Schülern eine große Zahl von Aktivitäten. Dadurch entstehen vielfältige Möglichkeiten und Bezugspunkte für die Leistungsbewertung. Grundsätzlich stehen bei der Bewertung die nachweislichen fachlichen und überfachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt. Die wesentlichen Bereiche der Leistungsbewertung sind:

*Bereiche der  
Leistungsbewertung*

- das Arbeitsverhalten (z. B. Selbstständigkeit, Kooperation bei Partner- und Gruppenarbeit, Mitgestaltung des Unterrichts),
- mündliche Beiträge nach Absprache (z. B. zusammenfassende Wiederholungen, Kurzzefereate, Vortrag von selbst erarbeiteten Lösungen, Präsentationen von Projektvorhaben und -ergebnissen, mündliche Überprüfungen); dabei ist die Bewertung des Lernprozesses von der Bewertung des Lernergebnisses sorgfältig zu trennen,
- praktische Arbeiten (z. B. Herstellen von Modellen, Anfertigen von Zeichnungen und Plakaten, mathematische Reisetagebücher, Portfolios, Durchführung von selbstständigen Untersuchungen und Befragungen); dabei ist auch hier die Bewertung des Lernprozesses von der Bewertung des Lernergebnisses sorgfältig zu trennen,
- schriftliche Arbeiten (z. B. Klassenarbeiten, andere schriftliche Arbeiten, schriftliche Übungen, Protokolle, Heftführung, Arbeitsmappen).

Die Aufgaben und Aufträge für mündliche Beiträge nach Absprache, praktische Arbeiten sowie Klassenarbeiten und andere schriftliche Arbeiten sollen sich an den in Kapitel 3 dieses Rahmenplans genannten Anforderungen orientieren.

Klassenarbeiten und andere schriftliche Arbeiten sollen sowohl die inhaltsbezogenen als auch die allgemeinen mathematischen Kompetenzen berücksichtigen. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden immer in Verbindung mit den konkreten Inhalten überprüft, da sie auch im Zusammenhang mit diesen erworben werden. Bei der Zusammenstellung der Lernkontrollen ist darauf zu achten, dass in den Aufgaben die Anforderungsbereiche „Reproduzieren“, „Zusammenhänge herstellen“ und „Verallgemeinern und Reflektieren“ angemessen repräsentiert sind, wobei der Schwerpunkt auf dem Anforderungsbereich II liegt.

*Klassenarbeiten*

### Differenzierende Aufgaben

Um unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, können auch am Gymnasium Klassenarbeiten leistungsdifferenzierende Anteile enthalten.

Differenzierende Aufgaben in Klassenarbeiten enthalten beispielsweise

- Aufgaben, bei denen durch offene Formulierung der Fragestellung das gleiche Problem auf unterschiedlichen Darstellungsebenen bearbeitet und gelöst wird,
- offene Aufgaben, für die die Schülerinnen und Schüler Fragestellungen entwickeln und – wenn möglich – unterschiedliche Lösungswege bearbeiten,
- Aufgaben, die mathematische Sachverhalte versprachlichen oder erklären,
- Aufgaben, die Begründungen fordern, warum Lösungswege nicht erfolgreich sein können oder warum bestimmte Schlussfolgerungen falsch sein müssen.

Zur Unterstützung einer schülerorientierten Fortführung des Lernprozesses geben die Lehrerinnen und Lehrer eine zeitnahe und kommentierende Rückmeldung zu schriftlichen Arbeiten.

### Bewertungskriterien

Die Bewertungskriterien orientieren sich an den fachlichen und überfachlichen Zielen, Grundsätzen, Inhalten und Anforderungen des Mathematikunterrichts. Dabei ist zwischen der Bewertung von Lernprozessen und der Bewertung von Lernergebnissen zu unterscheiden. Bei der Bewertung sind sowohl die inhaltsbezogenen als auch die allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu berücksichtigen.

Zu den Kriterien der Bewertung von Lernprozessen gehören u. a.:

- die individuellen Lernfortschritte,
- das selbstständige Arbeiten, z. B. die Sicherheit im Ausführen von Fertigkeiten, das selbstständige Finden von Lern- und Lösungswegen,
- die Fähigkeit zur Lösung von Problemen – auch in Kooperation,
- das Entwickeln, Begründen und Reflektieren von eigenen Lösungswegen und -ideen,
- Gesprächsimpulse, die Schülerinnen und Schüler zur Lösung eines Problems beitragen; dazu gehören alle – auch „fehlerhafte“ oder „falsche“ – Beiträge, die Stationen auf dem Weg zur Lösung sind,
- das Entdecken und Erkennen von Strukturen und Zusammenhängen,
- die Fähigkeit zur Übertragung und Anwendung von Wissen und Können auf analoge Lernsituationen und Fragestellungen,
- die Fähigkeit zum Anwenden von Mathematik in realitätsnahen Aufgabenstellungen,
- der produktive Umgang mit Fehlern,
- das Eingehen auf Fragen und Überlegungen von Mitschülerinnen und Mitschülern sowie
- der Umgang mit Medien und Arbeitsmitteln.

Bei der Bewertung von Lernprozessen ist darauf zu achten, dass Fehler und der Umgang mit

#### Anforderungsbereich I

Reproduzieren: Das Lösen der Aufgabe erfordert Grundwissen und das Ausführen von Routinetätigkeiten.

#### Anforderungsbereich II

Zusammenhänge herstellen: Das Lösen der Aufgabe erfordert das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen.

#### Anforderungsbereich III

Verallgemeinern und Reflektieren: Das Lösen der Aufgabe erfordert komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern.



ihnen ein wesentlicher Bestandteil des Lernens im Mathematikunterricht und eine Lernchance sind. Fehler dürfen daher nicht prinzipiell negativ in die Bewertung von Lernprozessen eingehen; vielmehr soll auf einen produktiven Umgang mit Fehlern hingewirkt werden.

Zu den Kriterien für die Bewertung von Lernergebnissen gehören u. a.:

- die Angemessenheit von Lösungsansatz und -methode; dabei sind auch Teillösungen sowie die Auswahl und Darstellung geeigneter Lösungsstrategien angemessen zu berücksichtigen,
- der sichere Umgang mit mathematischen Begriffen und Verfahren,
- die Genauigkeit,
- die Folgerichtigkeit der Ausführungen,
- die angemessene sprachliche Darstellung sowie
- die übersichtliche und verständliche Darstellung einschließlich der ästhetischen Gestaltung.

Die Fachkonferenz Mathematik legt die Kriterien für die Leistungsbewertung im Rahmen der Vorgaben dieses Rahmenplans fest. Sie sind auf den Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler sowie die Anforderungen des Rahmenplanes abzustimmen; dabei sind die Schülerinnen und Schüler höherer Jahrgangsstufen zunehmend einzubeziehen.

Die Lehrerinnen und Lehrer machen die Kriterien ihrer Leistungsbewertung gegenüber den Schülerinnen und Schülern sowie ihren Eltern transparent.